Bernhard Steiner

250054 Seminar für LAK (Analysis) - WiSe 2014/15 - ao. Univ.-Prof. Mag. Dr. Steinbauer

Einige Klassen von Flächen

3.8.2. Minimalflächen:

Korollar 3.8.9. *Sei $S \subseteq \mathbb{R}^3$ eine reguläre Fläche mit kompaktem Abschluss $\overline{S}$. Wir nehmen an, dass S minimalen Flächeninhalt hat unter allen regulären Flächen $\tilde{S}$ mit demselben Rand $\partial\tilde{S} = \partial S$.*

Dann gilt für das mittlere Krümmungsfeld $\mathcal{H}$ von S

$$\mathcal{H} \equiv (0, 0, 0)^\top.$$

Definition 3.8.10. *Eine reguläre Fläche $S \subseteq \mathbb{R}^3$ heißt Minimalfläche, falls*

$$\mathcal{H} \equiv (0, 0, 0)^\top.$$

Beispiele:

- Kettenfläche (Katenoid)
- Wendelfläche (Helikoid)
- Enneper-Fläche

Satz 3.8.15. *Für jede reguläre Fläche gilt*

$$K \leq H^2.$$

Insbesondere gilt für die Gaußkrümmung von Minimalflächen

$$K \leq 0.$$

Korollar 3.8.16. *Es gibt keine kompakten Minimalflächen.*

3.8.3. Drehflächen:

Eine Drehfläche entsteht, wenn eine ebene Kurve, welche beispielsweise in der x-z-Achse liegt, um die z-Achse rotiert. Lässt sich die ebene Kurve durch die Parametrisierung $t \mapsto (r(t), t)^\top$, $t \in I$ beschreiben, so erhält man eine lokale Parametrisierung der zugehörigen Drehfläche durch

$$F(t, \varphi) = \begin{pmatrix} r(t)\cos(\varphi) \\ \\ r(t)\sin(\varphi) \\ \\ t \end{pmatrix}, \qquad t \in I, \varphi \in (\varphi_0, \varphi_0 + 2\pi).$$

Beispiele:

- Sphäre
- Kreiszylinder
- Rotationsparaboloid

Literatur:

Christian Bär, Elementare Differentialgeometrie (Berlin/New York^2 2010).