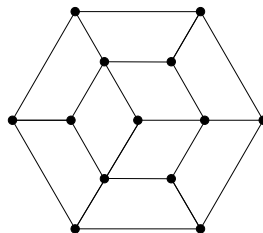


30. (\*) Zeige, dass der Algorithmus von Prim, bei dem in jedem Schritt die kleinste Kante gewählt wird, die mit den bisherigen zusammenhängt und keinen Kreis bildet, immer einen optimalen spannenden Baum liefert.
31. Wie muss die Rekursion  $\tau(G) = \tau(G \setminus e) + \tau(G/e)$  modifiziert werden, um die Summe der Gewichte aller spannenden Bäume in einem gewichteten Graphen zu bekommen? (Das Gewicht eines Baums ist dabei das Produkt der Kantengewichte.)
32. Gilt die Eulersche Polyederformel auch für Multigraphen (mit Mehrfachkanten und/oder Schlingen)?
33. Zeige auf zwei Arten, dass der  $K_{3,3}$  nicht planar ist.
34. Lässt sich der  $K_{3,3}$  überkreuzungsfrei in den Torus einbetten?
35. Zeige: Für einen zusammenhängenden planaren Graphen mit mindestens drei Knoten gilt:  $|E| \leq 3|V| - 6$ .  
Gilt das auch für Multigraphen? Was passiert, wenn man zusammenhängend weglässt?
36. Zeige: Jeder planare Graph besitzt einen Knoten vom Grad  $\leq 5$ .
37. (a) Welche der fünf platonischen Körper (Tetraeder, Oktaeder, Würfel, Dodekaeder, Ikosaeder) sind als Graphen zueinander dual?  
(b) Finde drei Graphen, die zu sich selbst dual sind.  
(c) Gibt es zwei verschiedene zusammenhängende Graphen, die zu sich selbst dual und selbstkomplementär sind ?
38. Besitzt der folgende Graph einen hamiltonschen Kreis?



39. Zeige mit dem Satz von Kuratowski, dass der Petersengraph nicht planar ist.