

- 61.** Ein übliches Kartenspiel mit 52 Karten wird gemischt und auf 13 Stöße mit je 4 Karten aufgeteilt.

Zeige, dass es möglich ist, aus jedem Stoß eine Karte so auszuwählen, dass man jede Karte von As, Zwei, Drei bis König genau einmal gewählt hat (natürlich meistens in verschiedenen Farben).

- 62.** Zeige den Haremssatz:

Auf dem Planeten Utopia möchte jede der Damen $x \in X$ einen Harem mit einer ihr genehmen Anzahl p_x von Herren aus der Menge Y unterhalten. Für jede Dame kommen nur Herren aus der Menge $A_x \subseteq Y$ für ihren Harem in Frage.

Zeige: Es existiert genau dann ein Harem gewünschter Größe für jede Dame, wenn folgende Bedingung für alle $\tilde{X} \subseteq X$ erfüllt ist:

$$\left| \bigcup_{x \in \tilde{X}} A_x \right| \geq \sum_{x \in \tilde{X}} p_x.$$

- 63.** Finde ein Gegenbeispiel zum Heiratssatz für Graphen mit unendlich vielen Knoten.

- 64.** Zeige, dass der Heiratssatz aus dem Satz von Tutte folgt.

- 65.** Finde einen ebenen Graphen, der 5-zusammenhängend ist.

- 66.** Man zeige: Ist G eine endliche Gruppe und U eine Untergruppe von G , so besitzen die linken und rechten Nebenklassen von G nach U ein gemeinsames Repräsentantensystem.

- 67.** Zeige, dass für $k \geq 2$ jeder k -zusammenhängende Graph mit mindestens $2k$ Knoten einen Kreis der Länge mindestens $2k$ enthält.

- 68.** Zeige, dass in einem k -zusammenhängenden Graphen ($k \geq 2$) je k Knoten auf einem gemeinsamen Kreis liegen.

- 69.** Finde eine zyklische Folge mit sieben Nullern und sieben Einsern, sodass jede Binärzahl mit 4 Ziffern außer 0000 und 1111 als aufeinanderfolgender Block in der Folge auftritt.

- 70.** Sei S ein Alphabet mit n Buchstaben. Zeige, dass es eine zyklische Folge gibt, die jeden Buchstaben genau n^3 -mal enthält, sodass jedes mögliche Wort aus vier Buchstaben als aufeinanderfolgender Block in der Folge auftritt.