Definition: .1 Euclidian Ring
Let $\mathbb{N}$ be the set of nonnegative integers and $\mathcal{R}$ a commutative Ring. $\mathcal{R}$ is a **Euclidian Ring** if there is a function $\varphi : \mathcal{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{N}$ such that:

(i) if $a, b \in \mathcal{R}$ and $ab \neq 0$, then $\varphi(a) \leq \varphi(ab)$;

(ii) if $a, b \in \mathcal{R}$ and $b \neq 0$, then there exists $q, r \in \mathcal{R} : a = qb + r$ with $r = 0$, or $r \neq 0$ then $\varphi(r) < \varphi(b)$

A Euclidian Ring which is an integral domain is called **Euclidian Domain.**

Quelle: Thomas W. Hungerford, *Algebra*, New York, Springer (1974)

Definition: .2 euklidischer Ring,
Integritätsbereich in dem ein Divisionsalgorithmus möglich ist.
Es sei $\mathcal{R}$ ein Integritätsbereich. Dann heißt $\mathcal{R}$ ein euklidischer Ring, falls es eine Abbildung $d : \mathcal{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{N}$ gibt, so daß gelten:

(1) $d(a \cdot b) \geq d(a)$ fr alle $a, b \in \mathcal{R}$

(2) Für je zwei Elemente $a, b \in \mathcal{R}$ gibt es eine Darstellung $a = q \cdot b + r$, wobei q und r Elemente von $\mathcal{R}$ sind und entweder gilt $r = 0$ oder $d(r) < d(b)$.

[...] Wesentlich an einem euklidischen Ring ist, daß man mit dem **euklidischen Algorithmus**, der auf der Eigenschaft (2) beruht, den größten gemeinsamen Teiler zweier Elemente, $a, b \in \mathcal{R}$ bestimmen kann.

Quelle: *Lexkon der Mathematik*, Berlin, Spektrum Akademischer Verlag (2001)