

85. (a) Zeige: $\sum_{a=1}^{p-1} \left(\frac{a}{p}\right)a = 0$ für Primzahlen $p \equiv 1 \pmod{4}$.
(b) Zeige: $\sum_{a=1}^{p-1} \left(\frac{a}{p}\right)a^2 \equiv 0 \pmod{p}$ für Primzahlen $p \neq 2, 5$.
86. Berechne $\left(\frac{101}{237}\right)$.
87. Es sei H eine n -dimensionale Hadamardmatrix.
(a) Zeige, dass es dann auch eine n -dimensionale Hadamardmatrix gibt, in deren erster Zeile und Spalte nur 1 stehen.
(b) Zeige, dass für eine n -Hadamardmatrix gilt: $n = 2$ oder $4|n$.
88. Betrachte den Beginn der Kettenbruchentwicklung der drei Zahlen e , $\frac{e^2+1}{e^2-1}$ und e^2 und versuche jeweils, das allgemeine Muster zu erraten.
89. Zeige, dass dort, wo die Summe konvergiert, die Gleichung $\zeta(s)\zeta(s-k) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma_k(n)}{n^s}$ mit $\sigma_k(n) = \sum_{d|n} d^k$ erfüllt ist.
Hinweis: Zeige und verwende, dass σ_k eine multiplikative Funktion ist.