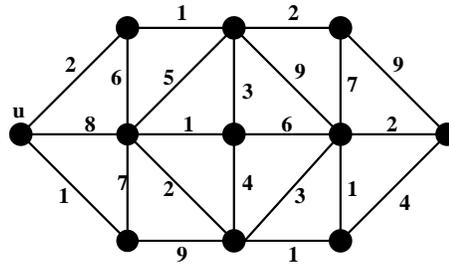


13. Finde im folgenden Graphen kürzeste Wege vom Knoten  $u$  zu allen anderen Knoten.



14. Der Durchmesser eines Graphen  $G$  ist der größte Abstand zwischen zwei Knoten von  $G$ .  
 Zeige: Wenn der Durchmesser von  $G$  größer als drei ist, dann ist der Durchmesser von  $G^c$  kleiner als drei.

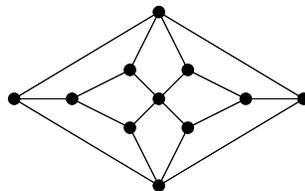
15. Es sei  $G$  ein Graph mit der Knotenmenge  $\{1, 2, \dots, n\}$ . Es sei die Adjazenzmatrix  $A$  die  $n \times n$ -Matrix mit den Einträgen  $A_{ij} = 1$ , falls die Knoten  $i$  und  $j$  verbunden sind, und  $A_{ij} = 0$  sonst.  
 Zeige, dass  $(A^k)_{ij}$ , der  $(i, j)$ -te Eintrag in der  $k$ -ten Potenz der Matrix, die Anzahl der Wege von  $i$  nach  $j$  der Länge  $k$  zählt.

16. Zeige: Ein Graph oder sein Komplement sind zusammenhängend.  
 Können auch beide zusammenhängend sein?

17. Beweise: Ein Graph besitzt genau dann einen Kantenzug, der jede Kante genau einmal durchläuft, wenn er zusammenhängend ist und höchstens zwei Knoten ungeraden Grades enthält.

18. Zeige: Wenn aus dem Petersengraph ein beliebiger Knoten entfernt wird, besitzt der neue Graph einen Hamiltonschen Kreis.

19. Gibt es einen Hamiltonschen Kreis im folgenden Graphen?



20. Für welche  $m, n$  besitzt der vollständige bipartite Graph  $K_{m,n}$  einen Hamiltonschen Kreis?