21. Wir haben eine Menge von Dominosteinen, die auf jeder Hälfte mit einer Anzahl von Punkten von 0 bis 9 markiert sind. Jede Kombination (i, j) mit $i \leq j$ tritt genau einmal auf (und kann dann als (i, j) oder (j, i) verwendet werden). Ist es möglich, die Dominosteine zu einer geschlossenen Kette zu legen, sodass sich berührende Dominohälften dieselbe Anzahl von Punkten haben?

22. Beschreibe einen Hamiltonkreis im n–dimensionalen Würfel.

23. (a) Zeige: Ein Graph G ist genau dann ein Baum, wenn er ein maximaler kreisloser Graph ist. (Das heißt, nach Hinzufügen einer beliebigen Kante entsteht ein Kreis.)

(b) Ein kreisloser Graph G mit n Knoten und $n - 1$ Kanten ist ein Baum.

24. (a) Welche Bäume werden durch die Prüfercodes $(i, i, \ldots, i)$ und $(2, 3, \ldots, n-1)$ beschrieben ?

(b) Wieviele Bäume mit nummerierten Knoten $1, 2, \ldots, n$ gibt es, sodass der Knoten i den Grad d_i hat?

25. Zeige, dass jeder k-zusammenhängende Graph auch $(k - 1)$–zusammenhängend ist.

26. (a) Wieviele Kanten besitzt der K_n?

(b) Wieviele Kanten besitzen alle Spannbäume des K_n zusammengezählt?

(c) In wievielen spannenden Bäumen kommt daher jede Kante vor?

(d) Zeige, dass für eine beliebige Kante e des K_n die Anzahl der spannenden Bäume von $K_n \setminus e$ gleich $(n - 2)n^{n-3}$ ist.

27. Benutze die Rekursionsformel zur Berechnung von $\tau(K_{3,3})$ und $\tau(K_4)$.

28. Benutze das Matrix–Baum–Theorem für die spannenden Bäume von K_n.

29. Bestimme die Anzahl der spannenden Bäume der Leiter L_n mit $2n$ Knoten und des Fächers F_n mit $n + 1$ Knoten.