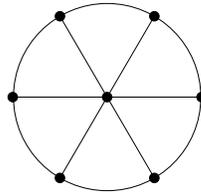


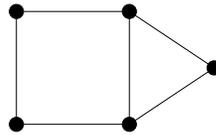
50. Der Knoten  $v$  sei mit allen anderen Knoten des Graphen  $G$  verbunden. Zeige, dass für das chromatische Polynom gilt:

$$\chi(G, k) = k \cdot \chi(G \setminus v, k - 1)$$

51. Benutze die beiden vorhergehenden Beispiele, um das chromatische Polynom eines Rades mit  $n$  Speichen zu bestimmen (im Bild  $n = 6$ ).



52. Was ist die Anzahl der Kantenfärbungen des folgenden Graphen mit  $k$  Farben?



53. Zeige: Für  $k \geq 2$  besitzt der  $k$ -dimensionale Würfel ein perfektes Matching.
54. Wieviele verschiedene perfekte Matchings besitzen  $K_{2n}$  und  $K_{n,n}$ ?
55. Gibt es für jedes  $k > 1$  einen  $k$ -regulären Graphen ohne perfektes Matching?
56. (a) Zeige: Die Kantenmengen von  $K_{2n}$  und  $K_{n,n}$  lassen sich als disjunkte Vereinigung von perfekten Matchings darstellen.  
(b) Geht das auch für den Petersengraph?
57. Ein übliches Kartenspiel mit 52 Karten wird gemischt und auf 13 Stöße mit je 4 Karten aufgeteilt.  
Zeige, dass es möglich ist, aus jedem Stoß eine Karte so auszuwählen, dass man jede Karte von As, Zwei, Drei bis König genau einmal gewählt hat (natürlich meistens in verschiedenen Farben).
58. Finde ein Gegenbeispiel zum Heiratssatz für Graphen mit unendlich vielen Knoten.
59. Man zeige: Ist  $G$  eine endliche Gruppe und  $U$  eine Untergruppe von  $G$ , so besitzen die linken und rechten Nebenklassen von  $G$  nach  $U$  ein gemeinsames Repräsentantensystem.