Erste Schularbeit Mathematik Klasse 7A G am 12.11.2015

SCHÜLERNAME:

Punkte im ersten Teil: ____________________

Punkte im zweiten Teil: ____________________

Davon Kompensationspunkte: ____________________

Note: ____

Notenschlüssel:
Falls die Summe der erzielten Kompensationspunkte im zweiten Teil und des ersten Teils weniger als 16 ist, so ist die Note `Nicht Genügend`. Falls diese Summe 16 oder mehr beträgt, dann wird folgender Notenschlüssel benutzt:

NOTENSCHLÜSSEL	
41 - 48 Punkte	Sehr Gut (1)
33 - 40 Punkte	Gut (2)
25 - 32 Punkte	Befriedigend (3)
16 - 24 Punkte	Genügend (4)

Aufgabe 1. (2P) **Zahlenmengen**.
Es folgen Aussage über Zahlenmengen. Kreuzen Sie die beiden korrekten Aussagen an!

☐	$2 \cdot 10^{-3} \in [0,1] \cap \mathbb{Q}$.
☐	$(i+1)^4 \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$.
☐	$\sqrt{5} \in \mathbb{Q}$.
☐	$(0,1) \subset \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.
☐	$(\sqrt{5}-\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{5}+\sqrt{2}) \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 2. (2P) **Komplexe Zahlen 1**.
Der Betrag einer komplexen Zahl z sei 7. Das Argument von z sei $\frac{3\pi}{4}$ (in Bogenmaß). Bestimmen Sie z^2.

$z^2 =$ ______________________

Aufgabe 3. (2P) **Komplexe Zahlen 2**.
Eine reelle quadratische Gleichung $x^2 + px + q = 0$ hat als Lösung eine komplexe Zahl $-8 + 5i$. Bestimmen Sie die andere komplexe Lösung und finden Sie p und q - m.a.W. finden Sie einen Termausdruck für die quadratische Gleichung.

andere komplexe Lösung: ______________________
$p =$ ____
$q =$ ____

Aufgabe 4. (2P) **Komplexe Zahlen 3**.
Gegeben sind die komplexen Zahlen $z = 5 + 12i$ und $w = 3 + 4i$. Bestimmen Sie Folgendes!

Realteil von $\overline{z}w$: ______________________
Imaginärteil von $z + 2w$: ______________________
Betrag von $z - w$: ______________________

Aufgabe 5. (2P) **Äquivalente Terme**.
Gegeben sind vier Terme. Ordnen Sie jedem Term in der linken Tabelle den passenden äquivalenten Term aus der rechten Tabelle zu!

Linke Tabelle	
$(x+2y)\cdot(x+2y)^{-1}$	
$(x+2y)(x-2y)^{-1}$	
$(x^2-4y^2)(x+2y)^{-2}$	
$x^2\cdot y^{-2}\cdot(\frac{x}{y}-\frac{y}{x})$	

Rechte Tabelle	
A	0
B	$\frac{x-2y}{x+2y}$
C	$\frac{x+2y}{x-2y}$
D	$\frac{x^4-y^4}{x^2y^2}$
E	$\frac{x^4-x^2y^2}{xy^3}$
F	1

Aufgabe 6. (2P) **Parabel und Gerade**.
Die Parabel **P** sei durch die Gleichung $y = x^2 + 3$ gegeben. Bestimmen Sie einen positiven Wert des Parameters a, sodass die Gerade $g: \quad y = ax - 8$ nur **einen** Punkt gemeinsam mit der Parabel **P** hat.

$a =$ ______________

Aufgabe 7. (2P) **Tangente an Graphen**.
Gegeben ist die Funktion $g(x) = \frac{x^2-4}{2}$. Bestimmen Sie die Funktionsvorschrift $y = kx + d$ für die Tangente am Graphen von g an der Stelle $x = 1$.

$y =$ ____________________________

Aufgabe 8. (2P) **Lineare Funktion bei $x = 2$.**
Von einer linearen Funktion $h(x) = kx + d$ ist bekannt, dass $\frac{h(4)-h(1)}{3} = -2$ und $h(5) = 10$. Bestimmen Sie $h(1)$.

$h(1) =$ ______________________________

Aufgabe 9. (2P) **Quotienten.**
Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$. Bestimmen Sie:

(a) Den Differenzenquotient von f im Intervall $[-1; 2]$: _______________.
(b) Die absolute Änderung von f im Intervall $[-2; 2]$: _______________.
(c) Die mittlere Steigung von f im Intervall $[-2; 1]$: _______________.

Aufgabe 10. (2P) **Volumen einer Kugel.**
Die Funktion $V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$ beschreibt den Zusammenhang zwischen dem Radius einer Kugel und ihrem Volumen.

Bestimmen Sie den Radius a, für den gilt $V'(a) = \pi$.

Antwort: $a =$ _________________________

Aufgabe 11. (2P) **Änderungen.**
Gegeben sind die zwei Geraden $g: \quad 3x - 2y = 9$ und $h: \quad a \cdot x + 3y = 10$. Bestimmen Sie a, sodass g und h parallel sind.

Aufgabe 12. (2P) **Ermitteln der ersten Ableitung.**
Ordnen Sie jeder Funktion ihre Ableitung zu!

Funktionen	
$f(x) = (x+1)^3$	
$f(x) = x^3 + 3x$	
$f(x) = x^2 + 3$	
$f(x) = (x+1)^2$	

Ableitungen	
$f'(x) = 2x + 2$	**A**
$f'(x) = 2x$	**B**
$f'(x) = 3x^2 + 6x + 3$	**C**
$f'(x) = 2x + 3$	**D**
$f'(x) = x^2 + 2x + 3$	**E**
$f'(x) = 3x^2 + 3$	**F**

Erste Schularbeit Mathematik Klasse 7A G am 12.11.2015

TEIL 2

SCHÜLERNAME

Aufgabe 1. *Komplexe Zahlen*

(a). (2 Kompensationspunkte) **Reell oder nicht?** Sie sehen hier 5 Aussagen über komplexe Zahlen. Kreuzen Sie diejenigen Aussagen an, die auf alle $z \in \mathbb{C}$ zutreffen!

☐	$z - \overline{z} \in \mathbb{R}$.
☐	$z\overline{z} \in \mathbb{R}$.
☐	$i(z - \overline{z}) \in \mathbb{R}$.
☐	$z^2 \in \mathbb{R}$.
☐	$i(z + \overline{z}) \in \mathbb{R}$.

(b) (3 Punkte) Gegeben sind $z = 3 + i$ und $w = 1 + 2i$. Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks mit den Eckpunkten 0, z und w.

(c). (3 Punkte) Seien jetzt z und w beliebige komplexe Zahlen. Benutzen Sie den Satz von De Moivre für Folgendes: (i) Drücken Sie das Argument von $z\overline{w}$ in $\mathrm{Arg}(z)$ und $\mathrm{Arg}(w)$ aus und (ii) finden Sie eine Beziehung zwischen $\mathrm{Im}(z\overline{w})$ und dem Flächeninhalt mit den Eckpunkten 0, z und w.

Hinweis: Machen Sie eine Skizze! Sie können auch ruhig die Skizze zur Erklärung heranziehen!

Aufgabe 2. *Differenzenquotient versus Differentialquotient.*

Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{2}{3+x}$.

(a) (2 Kompensationspunkte) Geben Sie einen Ausdruck für den Differenzenquotienten im Intervall $[a; a+h]$ und vereinfachen Sie den Ausdruck so weit wie möglich.

(b) (3 Punkte) Berechnen Sie $\lim_{h \to 0} \dfrac{f(a+h) - f(a)}{h}$. Hinweis: Benutzen Sie (a) und betrachten Sie den Grenzfall $h \to 0$.

Aufgabe 3. *Monotonieverhalten*

Gegeben ist die Funktion $k(x) = (x^2 - 4)^2$.

(a) (2 Kompensationspunkte) Geben Sie einen Ausdruck für $k'(x)$ und lösen Sie die Gleichung $k'(x) = 0$.

(b) (3 Punkte) Finden Sie die Intervalle, in welchen k monoton steigend und in welchen monoton fallend ist. Finden Sie auch die Wendestellen von k!

Aufgabe 4. *Kubisches Polynom finden „on demand“*

(a) (3 Punkte) Zeigen Sie mittels Berechnung, dass das kubische Polynom $q(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 5$ keine Extremstellen hat. Schließen Sie daraus, wie viele Lösungen die Gleichung $q(x) = 0$ hat.

(b) (3 Punkte) Finden Sie ganz allgemein ein Kriterium, das eintscheidet, ob ein Funktion $r(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ Extremstellen hat, oder nicht. Hinweis: die Gleichung $r'(x) = 0$ ist eine quadratische Gleichung.

(c) (3 Punkte) Finden Sie ein kubisches Polynom $s(x) = x^3 - Ax^2 - Bx - C$, das folgende Eigenschaften aufweist:
(1) s hat eine Wendestelle bei $x = 1$
(2) s hat eine Extremstelle bei $x = 3$
(3) s hat eine Nullstelle bei $x = 5$.