

Aufgabe 1.

(6 Punkte)

Kreuzen Sie die richtigen Aussagen an!

1. <input type="checkbox"/>	Für alle positive a gilt $a^0 = 0$.
2. <input type="checkbox"/>	Falls $p > q$ und $a > 1$ gilt $a^p > a^q$.
3. <input type="checkbox"/>	10^{15} ist das Dreifache von 10^{12} .
4. <input type="checkbox"/>	Der Logarithmus ${}^g \log(x)$ ist nur für positive x definiert.
5. <input type="checkbox"/>	Der Logarithmus ${}^g \log(x)$ hat genau eine Nullstelle.
6. <input type="checkbox"/>	$a^{\sqrt{2}}$ ist die Wurzel von a^2 .

Aufgabe 2.

(6 Punkte)

Betrachten Sie folgende TermAusdrücke. Ordnen Sie die vier Ausdrücke aus der linken Spalten jeweils den ihnen gleichen Ausdrücken in der rechten Spalte zu. Schreiben Sie A, B, C oder D hinter dem richtigen Ausdruck.

Terme Links	
$\left(\frac{x^{1,5}}{y^{0,5}}\right)^2 (xy)^{0,7}$	A
$xy \frac{xy^{0,8}}{x^{-0,7}y}$	B
$\sqrt{y^3 x^3} \sqrt[10]{x^9}$	C
$\left(\frac{x^{0,4}}{y^{0,2}}\right)^8 \cdot y^{0,6}$	D

Terme Rechts	
$x^{2,7}y^{0,8}$	
$x^{2,2} \frac{x}{y}$	
$x^{1,2}y^{0,8}$	
$(x^{0,8}y^{0,5})^3$	
$(x^{0,8}y^{1,5})^3$	
$x^{3,7}y^{-0,3}$	

Aufgabe 3.

(2x4 Punkte)

Angenommen, die Inflation (= mittlere Steigung der Preise) beträgt 1% jährlich, berechnen Sie (a) um wie viel Prozent sich die Preise in 20 Jahren erhöhen, und (b) wie viele Jahre es dauert, bevor sich die Preise um 30% gestiegen sind.

(a) In 20 Jahren erhöhen sich die Preise um _____ Prozent.

(b) In _____ Jahren habe die Preise sich um 30% erhöht.

Aufgabe 4.(6 Punkte)Kreuzen Sie die richtigen Formeln an! (Es gelten $a, b > 0, g > 1, r, s \in \mathbb{R}$.)

1. <input type="checkbox"/>	$(a^r)^s = a^{r \cdot s}$.
2. <input type="checkbox"/>	${}^g \log(x) = \frac{{}^{10} \log(g)}{{}^{10} \log(x)}$.
3. <input type="checkbox"/>	${}^g \log(a + b) = {}^g \log(a) + {}^g \log(b)$.
4. <input type="checkbox"/>	${}^g \log(a^r) = r \cdot {}^g \log(a)$.
5. <input type="checkbox"/>	$\sqrt[m]{a^n} = a^{n-m}$.

Aufgabe 5.(6 Punkte)Lösen Sie die Ungleichungen (a) $|4x - 3| \leq 2$ und (b) $-1 < 5x - 7 < 2$.

Die Lösungen der Ungleichung:

(a) x liegt im Intervall _____.(b) x liegt im Intervall _____.

TEIL 2 – mit Vernetzung und Vertiefung

GRUPPE A

Aufgabe 6.(2 x 3 Punkte)

Ein Mol ist eine Stoffmenge, und zwar bedeutet ein Mol eine Menge von $6,02 \cdot 10^{23}$ Molekülen. Ein Mol Wasser wiegt 18 Gramm. In Meereswasser befindet sich etwa 150 ppm ‘Schweres Wasser’, eine radioaktive Variante von Wasser. 150 ppm bedeutet 150 Stück pro Million. Also auf einer Million Wassermolekülen befinden sich etwa 150 ‘Schwere Wassermoleküle’. Ein Liter Wasser hat eine Masse von 1 kg.

- (a) Berechnen Sie, wie viele Wassermoleküle sich in einem Liter befinden.
- (b) Gehen Sie davon aus, dass ‘Schwere Wassermoleküle’ etwa genau so viel Masse wie ‘normale Wassermoleküle’ haben, und berechnen Sie, wie viel mg ‘Schweres Wasser’ in einem Liter enthalten ist.

Aufgabe 7.(2x2 Punkte)

Betrachten Sie den folgenden Term:

$$T(x) = 2,5 \cdot 10^4 \cdot 10^{1,5x}.$$

- (a) Zeigen Sie, dass das Verhältnis $\frac{T(x+1)}{T(x)}$ von x unabhängig ist, und berechnen Sie dieses Verhältnis.
- (b) Berechnen Sie $a - b$, wenn gegeben ist, dass $T(a) = 2T(b)$.

Aufgabe 8.(2 Punkte)

Lösen Sie die Ungleichung $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} > \frac{1}{3}$.

Aufgabe 9.(4 Punkte)

Aus physikalischen Gründen ist bekannt, dass der durchschnittliche Herzrhythmus einer Tierart von der durchschnittlichen Masse (M in Kilogramm) der Tierart abhängen muss, und zwar auf folgende Weise:

$$f = a \cdot M^b \quad (1)$$

wobei

f : ist die Herzfrequenz in Schläge pro Minute.

a : ist eine (jetzt noch) unbekannte Zahl.

M : die Masse in Kilogramm.

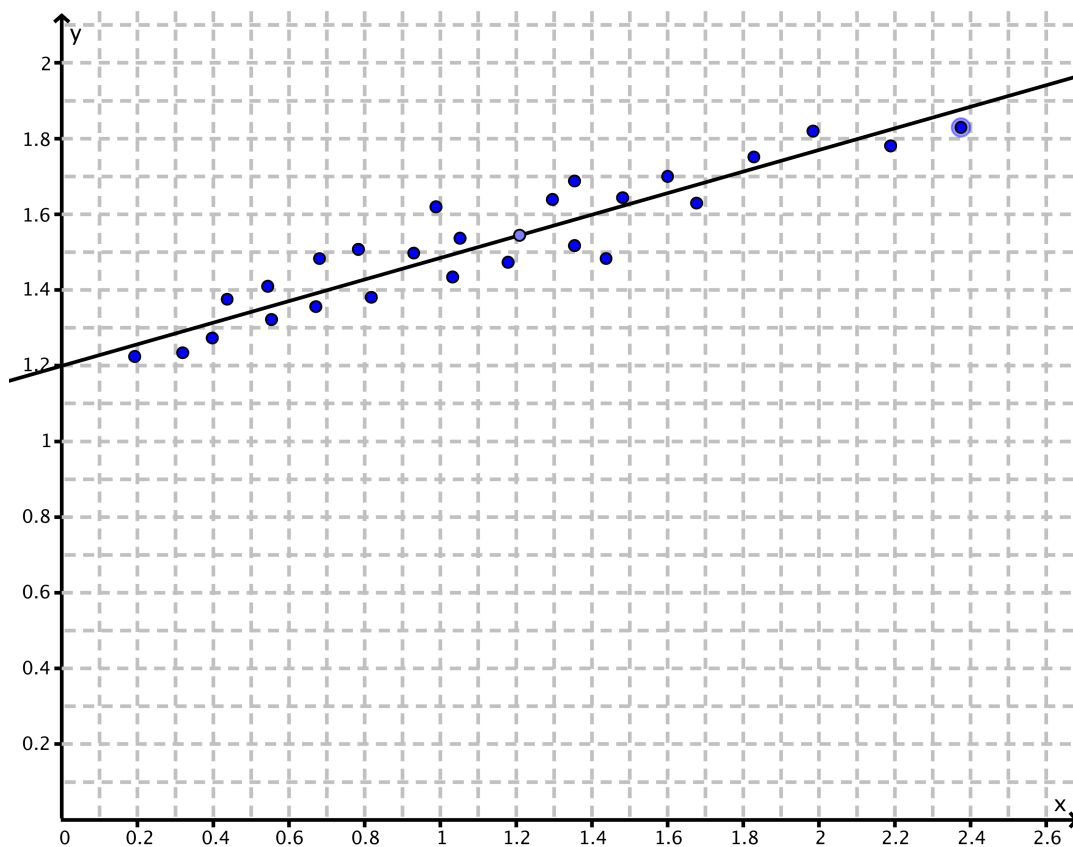
b : eine (jetzt noch) unbekannte Zahl.

Um jetzt a und b zu bestimmen, definiert man $y = {}^{10}\log(f)$ und $x = {}^{10}\log(M)$, denn aus Gleichung (1) folgt

$${}^{10}\log(f) = {}^{10}\log(a) + b \cdot {}^{10}\log(M) \quad (2)$$

was eine lineare Gleichung in x und y ist. Trägt man jetzt die Punkte $(x|y)$ für viele Tierarten in ein Diagramm ein, so werden die Punkte etwa auf einer Geraden liegen. Im unterstehenden Diagramm sehen Sie das Ergebnis einer Untersuchung von Biologen, wobei die (best passende) Gerade schon eingezeichnet wurde.

Bestimmen Sie den Parameter b !



BEURTEILUNGSBLATT

Aufgaben und Punkteanzahlen			
Nr.	Erklärung	Punkte	von
1	Pro Fehler 2 Pkt. Abzug		6
2	Pro Fehler 3 Pkt. Abzug		6
3	Jeweils falsch oder richtig		2x4
4	Pro Fehler 2 Pkt. Abzug		6
5(a)	Falsch oder richtig		3
5(b)	Falsch oder richtig		3
6(a)			3
6(b)			3
7(a)			2
7(b)			2
8			2
9			4
Insgesamt			48

0-23 Punkte: Nicht genügend. 24-30 Punkte: Genügend. 31-37 Punkte: Befriedigend.

38-43 Punkte: Gut. 44-48 Punkte: Sehr Gut.

Aufgabe 1.

(6 Punkte)

Kreuzen Sie die richtigen Aussagen an!

1. <input type="checkbox"/>	Für alle positive a gilt $a^0 = 0$.
2. <input type="checkbox"/>	Falls $p > q$ und $a > 1$ gilt $a^p > a^q$.
3. <input type="checkbox"/>	10^{15} ist das Dreifache von 10^{12} .
4. <input type="checkbox"/>	Der Logarithmus ${}^g \log(x)$ ist nur für positive x definiert.
5. <input type="checkbox"/>	Der Logarithmus ${}^g \log(x)$ hat genau eine Nullstelle.
6. <input type="checkbox"/>	$a^{\sqrt{2}}$ ist die Wurzel von a^2 .

Aufgabe 2.

(6 Punkte)

Betrachten Sie folgende Termausdrücke. Ordnen Sie die vier Ausdrücke aus der linken Spalten jeweils den ihnen gleichen Ausdrücken in der rechten Spalte zu. Schreiben Sie A, B, C oder D hinter dem richtigen Ausdruck.

Terme Links	
$\left(\frac{x^{1,5}}{y^{0,5}}\right)^2 (xy)^{0,7}$	A
$xy \frac{xy^{0,8}}{x^{-0,7}y}$	B
$\sqrt{y^3 x^3} \sqrt[10]{x^9}$	C
$\left(\frac{x^{0,4}}{y^{0,2}}\right)^8 \cdot y^{0,6}$	D

Terme Rechts	
$x^{2,7} y^{0,8}$	
$x^{2,2} \frac{x}{y}$	
$x^{1,2} y^{0,8}$	
$\left(x^{0,8} y^{0,5}\right)^3$	
$\left(x^{0,8} y^{1,5}\right)^3$	
$x^{3,7} y^{-0,3}$	

Aufgabe 3.

(2x4 Punkte)

Angenommen, die Inflation (= mittlere Steigung der Preise) beträgt 1% jährlich, berechnen Sie (a) um wie viel Prozent sich die Preise in 20 Jahren erhöhen, und (b) wie viele Jahre es dauert, bevor sich die Preise um 30% gestiegen sind.

(a) In 20 Jahren erhöhen sich die Preise um _____ Prozent.

(b) In _____ Jahren habe die Preise sich um 30% erhöht.

Aufgabe 4.(6 Punkte)Kreuzen Sie die richtigen Formeln an! (Es gelten $a, b > 0, g > 1, r, s \in \mathbb{R}$.)

1. <input type="checkbox"/>	$(a^r)^s = a^{r \cdot s}$.
2. <input type="checkbox"/>	${}^g \log(x) = \frac{{}^{10} \log(g)}{{}^{10} \log(x)}$.
3. <input type="checkbox"/>	${}^g \log(a + b) = {}^g \log(a) + {}^g \log(b)$.
4. <input type="checkbox"/>	${}^g \log(a^r) = r \cdot {}^g \log(a)$.
5. <input type="checkbox"/>	$\sqrt[m]{a^n} = a^{n-m}$.

Aufgabe 5.(6 Punkte)Lösen Sie die Ungleichungen (a) $|4x - 3| \leq 2$ und (b) $-1 < 5x - 7 < 2$.

Die Lösungen der Ungleichung:

(a) x liegt im Intervall _____.(b) x liegt im Intervall _____.

TEIL 2 – mit Vernetzung und Vertiefung

GRUPPE B

Aufgabe 6.(2 x 3 Punkte)

Ein Mol ist eine Stoffmenge, und zwar bedeutet ein Mol eine Menge von $6,02 \cdot 10^{23}$ Molekülen. Ein Mol Wasser wiegt 18 Gramm. In Meereswasser befindet sich etwa 150 ppm ‘Schweres Wasser’, eine radioaktive Variante von Wasser. 150 ppm bedeutet 150 Stück pro Million. Also auf einer Million Wassermolekülen befinden sich etwa 150 ‘Schwere Wassermoleküle’. Ein Liter Wasser hat eine Masse von 1 kg.

- (a) Berechnen Sie, wie viele Wassermoleküle sich in einem Liter befinden.
- (b) Gehen Sie davon aus, dass ‘Schwere Wassermoleküle’ etwa genau so viel Masse wie ‘normale Wassermoleküle’ haben, und berechnen Sie, wie viel mg ‘Schweres Wasser’ in einem Liter enthalten ist.

Aufgabe 7.(2x2 Punkte)

Betrachten Sie den folgenden Term:

$$T(x) = 2,5 \cdot 10^4 \cdot 10^{1,5x}.$$

- (a) Zeigen Sie, dass das Verhältnis $\frac{T(x+1)}{T(x)}$ von x unabhängig ist, und berechnen Sie dieses Verhältnis.
- (b) Berechnen Sie $a - b$, wenn gegeben ist, dass $T(a) = 2T(b)$.

Aufgabe 8.(2 Punkte)

Lösen Sie die Ungleichung $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} > \frac{1}{3}$.

Aufgabe 9.(4 Punkte)

Aus physikalischen Gründen ist bekannt, dass der durchschnittliche Herzrhythmus einer Tierart von der durchschnittlichen Masse (M in Kilogramm) der Tierart abhängen muss, und zwar auf folgende Weise:

$$f = a \cdot M^b \quad (3)$$

wobei

f : ist die Herzfrequenz in Schläge pro Minute.

a : ist eine (jetzt noch) unbekannte Zahl.

M : die Masse in Kilogramm.

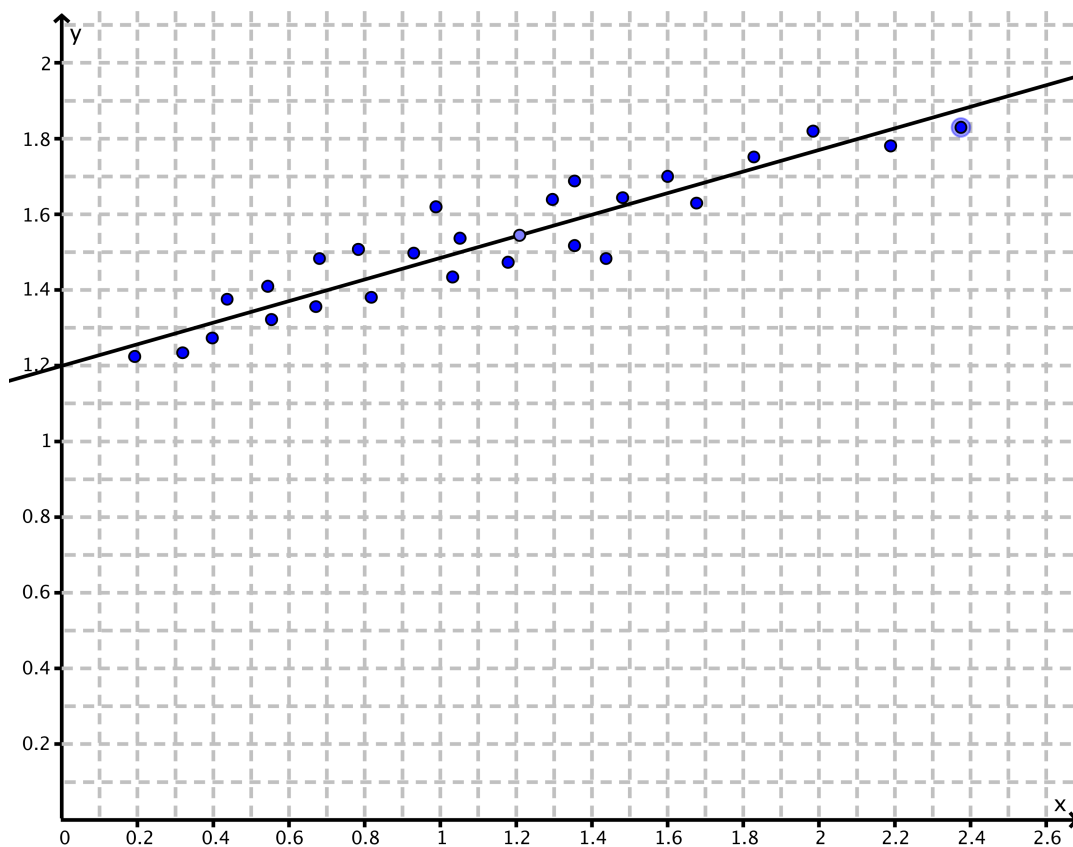
b : eine (jetzt noch) unbekannte Zahl.

Um jetzt a und b zu bestimmen, definiert man $y = {}^{10}\log(f)$ und $x = {}^{10}\log(M)$, denn aus Gleichung (3) folgt

$${}^{10}\log(f) = {}^{10}\log(a) + b \cdot {}^{10}\log(M) \quad (4)$$

was eine lineare Gleichung in x und y ist. Trägt man jetzt die Punkte ($x|y$) für viele Tierarten in ein Diagramm ein, so werden die Punkte etwa auf einer Geraden liegen. Im unterstehenden Diagramm sehen Sie das Ergebnis einer Untersuchung von Biologen, wobei die (best passende) Gerade schon eingezeichnet wurde.

Bestimmen Sie den Parameter b !



BEURTEILUNGSBLATT

Aufgaben und Punkteanzahlen			
Nr.	Erklärung	Punkte	von
1	Pro Fehler 2 Pkt. Abzug		6
2	Pro Fehler 3 Pkt. Abzug		6
3	Jeweils falsch oder richtig		2x4
4	Pro Fehler 2 Pkt. Abzug		6
5(a)	Falsch oder richtig		3
5(b)	Falsch oder richtig		3
6(a)			3
6(b)			3
7(a)			2
7(b)			2
8			2
9			4
Insgesamt			48

0-23 Punkte: Nicht genügend. 24-30 Punkte: Genügend. 31-37 Punkte: Befriedigend.

38-43 Punkte: Gut. 44-48 Punkte: Sehr Gut.