Zweite Schularbeit Mathematik Klasse 7A G am 14.01.2016

SCHÜLERNAME: ____

Punkte im ersten Teil: ____________________

Punkte im zweiten Teil: ____________________

Davon Kompensationspunkte: ____________________

Note: ____

Notenschlüssel:
Falls die Summe der erzielten Kompensationspunkte im zweiten Teil und des ersten Teils weniger als 16 ist, so ist die Note `Nicht Genügend`. Falls diese Summe 16 oder mehr beträgt, dann wird folgender Notenschlüssel benutzt:

NOTENSCHLÜSSEL	
41 - 48 Punkte	Sehr Gut (1)
33 - 40 Punkte	Gut (2)
25 - 32 Punkte	Befriedigend (3)
16 - 24 Punkte	Genügend (4)

Aufgabe 1. (2P) **Mengenlehre**.
Betrachten Sie die folgenden Mengen:

$A = [-5; 5]$; also A besteht aus allen reellen Zahlen x mit $-5 \leq x \leq 5$.
$C = \{1, 2, 4, 8, 16, 32, \ldots\}$; also C besteht aus Potenzen 2^k mit k eine positive natürliche Zahl.
Kreuzen Sie die beiden richtigen Aussagen an!

☐	$A \subset C$.
☐	$A \cap C = A$.
☐	$A \cap C = \{1, 2, 4\}$.
☐	$A \cup C \subset \mathbb{Z}$.
☐	$A \cup C$ hat nur endlich viele Elemente.

Aufgabe 2. (2P) **Umformen**.
Gegeben ist $y = \dfrac{ab}{cd - 1}$.

Drücken Sie c in den anderen Variablen aus!

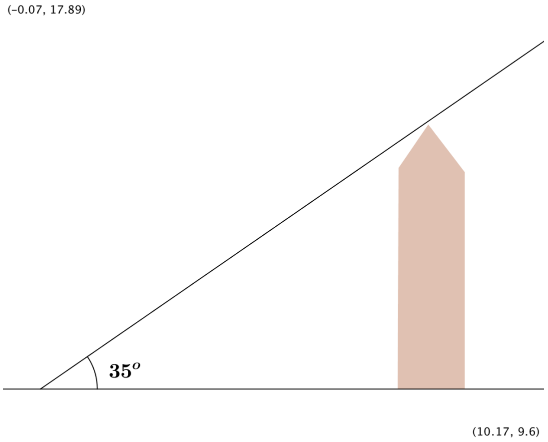
$c =$__________________________

Aufgabe 3. (2P) **Differential- und Differenzenquotienten Interpretieren**.
Ein Fahrradfahrer fährt durch das sonnige, südliche Burgenland. Die Funktion $s(t)$ beschreibe den zurückgelegten Weg (in km) als Funktion der Zeit (t ist die Zeit in Stunden), wobei $t = 0$ mit dem Anfang der Fahrt und $t = 4$ mit dem Ende der Fahrt korrespondiert. Interpretieren Sie $s'(2)$ und $\frac{1}{2}(s(4) - s(2))$!

Antwort 1. $s'(2)$ bedeutet:

Antwort 2. $\frac{s(4)-s(2)}{2}$ bedeutet:

Aufgabe 4. (2P) **Turm von Babel**.
An einem sonnigen Tag beobachtet ein Turist einen hohen Turm. Der Turist misst den Winkel, unter dem er die Sonne sieht, und der Winkel beträgt 35 Grad. Somit machen die Sonnenstrahlen einen Winkel von 35 Grad mit einer horizontalen Ebene. Der Turm wirft einen Schatten auf einen horizontalen Platz. Der Schatten hat eine Länge von 175 Meter.

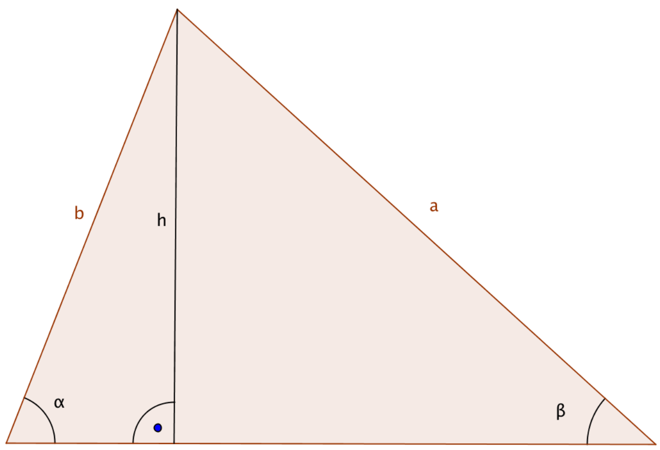


Bestimmen Sie die Höhe des Turms!

Antwort: Die Höhe des Turms beträgt: ______________________

Aufgabe 5. (2P) **Dreieck**.

Betrachten Sie das folgende Dreieck und kreuzen Sie alle zutreffenden Aussagen an!



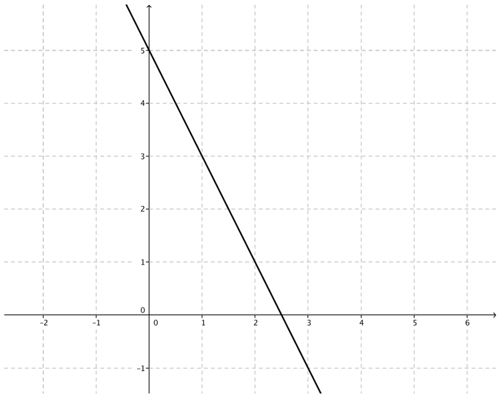
☐	$a \tan\alpha = b\tan\beta$.
☐	$a\sin\beta = b\sin\alpha$.
☐	$a\cos\beta = b\cos\alpha$.
☐	$h^2 = ab \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta$.
☐	$\frac{h}{ab} = \frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b}$.

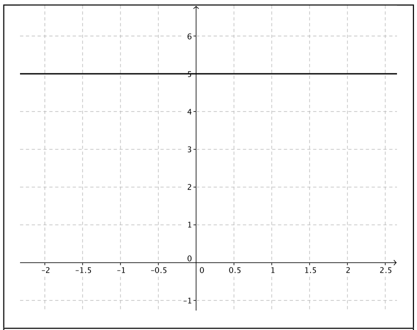
Aufgabe 6. (2P) **Krümmung einer Funktion bei** 0.
Betrachten Sie die Funktion $c(t) = t^5 - 8t^2 + 3$. Bestimmen Sie $c''(0)$ und geben Sie an, ob c bei der Stelle $t = 0$ eine Linkskrümmung oder eine Rechtskrümmung.

Antwort: $c''(0)$ =__________ und an der Stelle $t = 0$ hat die Funktion c Linkskrümmung / Rechtskrümmung.

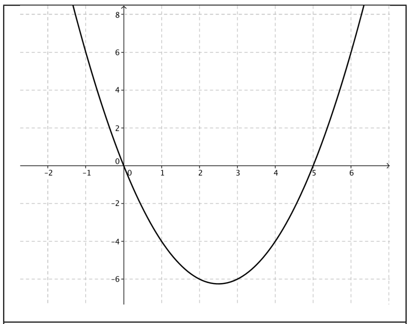
Aufgabe 7. (2P) **Graphen 1**.

Hier rechts sehen Sie den Graphen der ersten Ableitung einer Funktion F. Kreuzen Sie hier unten den Graphen an, der die Funktion F richtig darstellt!

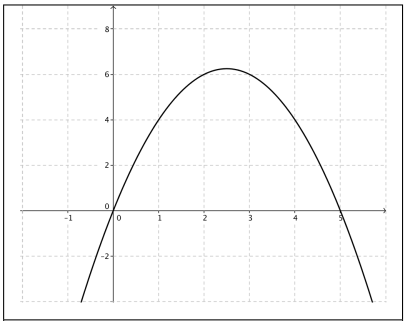




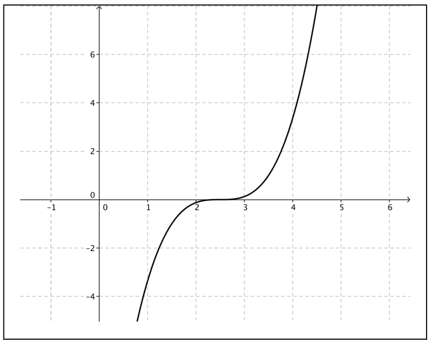
☐



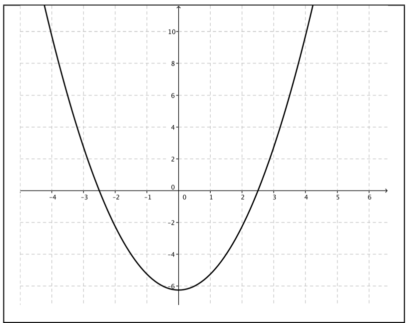
☐



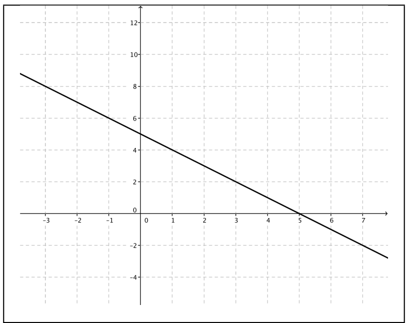
☐



☐



☐



☐

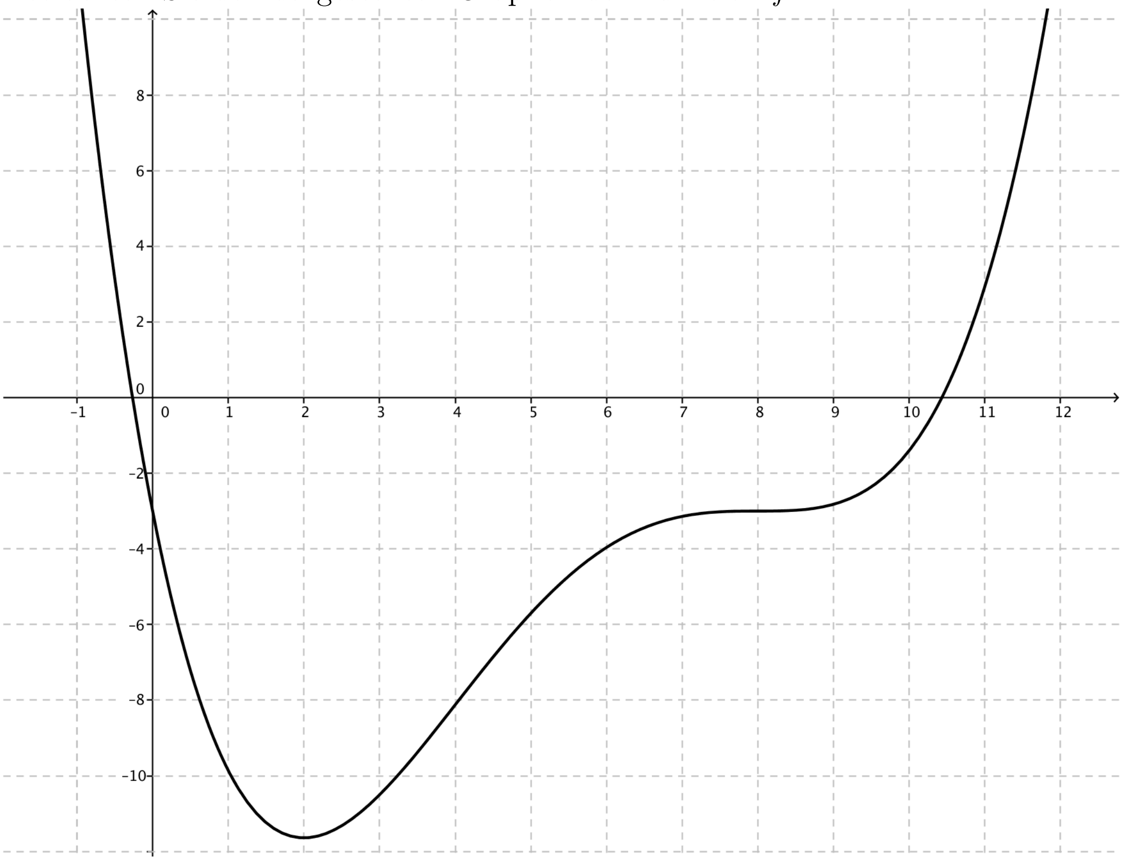
Aufgabe 8. (2P) **Lineare Funktion**.

Sei $q(x) = ax + b$ eine lineare Funktion. Die Punkte $(-3|5)$ und $(2|100)$ liegen auf dem Graphen von q. Bestimmen Sie a und b!

$a =$ ________________________.

$b =$ ________________________.

Aufgabe 9. (2P) **Funktionseigenschaften**.
Betrachten Sie den dargestellten Graphen der Funktion f.



Kreuzen Sie die beiden richtigen Aussagen über f an!

☐	f ist eine quadratische Funktion.
☐	Im Intervall $[4; 10]$ gilt $f'(x) > 0$.
☐	$f'(8) = f''(8) = 0$.
☐	f besitzt keine Wendestelle.
☐	f ist monoton steigend auf dem Intervall $[2; 10]$.

Aufgabe 10. (2P) **Besondere Stellen**.
Betrachten Sie die Funktion $g(x) = x^4 - 4x^2 + 4$. Vervollständigen Sie so, dass ein mathematisch korrekter Satz entsteht!

Die Funktion g hat bei $x = 0$ _____①_____ , weil _____②_____.

Möglichkeiten für ①	
ein lokales Minimum	
ein lokales Maximum	
eine Wendestelle	

Möglichkeiten für ②	
$f'(0) = 0$ und $f''(x) = 0$	
$f'(0) \neq 0$ und $f''(x) = 0$	
$f'(0) = 0$ und $f''(x) < 0$	

Aufgabe 11. (2P) **Parameter bestimmen I**.
Betrachten Sie die Funktion $h(x) = x^3 + tx^2 + 4x$. Bestimmen Sie für welche Werte von t die Funktion h monoton steigend ist!

Antwort: *Die Funktion h ist monoton steigend, wenn* $t \in$________________________.

Aufgabe 12. (2P) **Parameter bestimmen II**.
Gegeben ist die Funktion $p(x) = x^2 + bx + 1$. Bestimmen Sie b so, dass die Tangente in $(0|1)$ am Graphen von p parallel zur Geraden $g: \quad 2x - 5y = 0$ ist.

Antwort: $b =$________________________

Zweite Schularbeit Mathematik Klasse 7A G am 14.01.2016

TEIL 2

SCHÜLERNAME: ____

Aufgabe 1. *Kubisches Polynom*

Betrachten Sie die Funktion $f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$.

(a). (2 Kompensationspunkte) Bestimmen Sie die Extremstellen der Funktion f.

(b). (2 Punkte) Bestimmen Sie die Koordinaten der Extremen und den Wendepunkt.

(c). (2 Punkte) Zeigen Sie, dass die drei bei (b) gefundenen Punkte auf einer Geraden liegen.

Aufgabe 2. *Großes Dreieck unter Parabel.*

Betrachten Sie die Parabel $p: \quad y = 5 - x^2$. Der Punkt O ist der Ursprung und A und B sind zwei Punkte auf der Parabel p mit derselben positiven zweiten Koordinate. Somit ist das Dreieck $\triangle OAB$ gleichschenklig.

(4 Punkte) **Fragestellung**: Wie sind A und B zu wählen, dass das gleichschenklige Dreieck $\triangle OAB$ den größtmöglichen Flächeninhalt hat?

Hilfestellung: Machen Sie eine gute Skizze!

Aufgabe 3. *Funktion bestimmen.*

Eine Polynomfunktion dritten Grades hat eine Terrassenstelle bei $x = -2$. Des Weiteren gelten $f(-2) = -3$ und $f(0) = 13$.

(3 Punkte) **Fragestellung**: Bestimmen Sie die Funktionsvorschrift von f.

Aufgabe 4. *Freier Fall*

Ein frei fallender Körper legt in der Zeit t den Weg $s(t) = 4,9 \cdot t^2$ zurück (t in Sekunden, $s(t)$ in Meter).

(a) (2 Kompensationspunkte) Welchen Weg legt der Körper in 15 Sekunden zurück?

(b) (2 Kompensationspunkte) Gib eine Formel für die Geschwindigkeit $v(t)$ zum Zeitpunkt t an! Geben Sie dabei an, ob die Geschwindigkeit linear oder quadratisch mit der Zeit zunimmt!

(c) (3 Punkte) Bestimmen Sie, nach wie viel Zeit die Geschwindigkeit 40 m/s erreicht, und bestimmen Sie welchen Weg der fallende Körper dann zurückgelegt hat.

Aufgabe 5. *Fibonacci-Polynome*

Die Fibonacci-Folge ist eine sehr bekannte Folge natürlicher Zahlen. Interessanterweise findet man die Fibonacci-Folge oft unerwartet in anderen Bereichen und Anwendungen der Mathematik wieder. So findet man in der Verteilung der Sonnenblumenkerne in der Blume ein Muster, das sich mit der Fibonacci-Folge beschreiben lässt. Auch bei der Verteilung der Zapfen bei den Tannenbäumen taucht die Fibonacci-Folge auf - und damit nicht genug, bei vielen Verteilungsproblemen von Blättern oder Ästen wählen Pflanzen ein Muster, das sich mit der Fibonacci-Folge beschreiben lässt.

Obwohl die Fibonacci-Folge wahrscheinlich einem jeden bekannt ist, so gebe ich hier die ersten sieben Zahlen:
$a_0 = 1$
$a_1 = 1$
$a_2 = 2$
$a_3 = 3$
$a_4 = 5$
$a_5 = 8$
$a_6 = 13$

Die n. Fibonacci-Zahl lässt sich durch die Summe der vorigen zwei berechnen. In Formelsprache $a_{n+1} = a_n + a_{n-1}$. Eine solche Rechenvorschrift ist zwar relativ bequem, eine Funktion $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $F(n) = a_n$ wäre bequemer. Die große Enttäuschung ist, dass dies nicht so leicht geht. Man kann eine Annäherung mit Polynomen versuchen. Betrachten Sie jetzt folgende Aussagen:

A1: Das Polynom $F_0(x) = 1$ hat Grad Null und erfüllt $F_0(0) = a_0$.
A2: Ein Polynom $F_1(x)$ von Grad 1 mit $F_1(0) = a_0$ und $F_1(1) = a_1$ existiert nicht.
A3: Ein Polynom $F_2(x)$ von Grad 2 mit $F_2(0) = a_0$, $F_2(1) = a_1$ und $F_2(2) = a_2$ existiert!

(a) (2 Punkte) Beweisen Sie Aussage A2!
(b) (2 Punkte) Beweisen Sie Aussage A3 indem Sie die Funktionsvorschrift des gesuchten Polynoms zweiten Grades $F_2(x)$ angeben.