

Wiederholung der dritten Schularbeit Mathematik
Klasse 7D WIKU am 04.03.2015

SCHÜLERNAME: _____

Punkte im ersten Teil: _____

Punkte im zweiten Teil: _____

Davon Kompensationspunkte: _____

Note: _____

Notenschlüssel:

Falls die Summe der erzielten Kompensationspunkte im zweiten Teil und des ersten Teils weniger als 16 ist, so ist die Note **Nicht Genügend**. Falls diese Summe 16 oder mehr beträgt, dann wird folgender Notenschlüssel benutzt:

NOTENSCHLÜSSEL	
41 - 48 Punkte	Sehr Gut (1)
33 - 40 Punkte	Gut (2)
25 - 32 Punkte	Befriedigend (3)
16 - 24 Punkte	Genügend (4)

Aufgabe 1. (2P) Zahlenmengen.

Kreuzen Sie die beiden richtigen Aussagen an!

1. <input type="checkbox"/>	$-\sqrt{\frac{25}{81}} \in \mathbb{Q}$
2. <input type="checkbox"/>	$\sqrt{-\frac{25}{81}}$ ist ein Element der Menge \mathbb{R} .
3. <input type="checkbox"/>	$-\sqrt{25}$ ist ein Element der Menge \mathbb{N} .
4. <input type="checkbox"/>	$-\sqrt{81} \in \mathbb{C}$.
5. <input type="checkbox"/>	$i - \sqrt{4}$ liegt in der Menge \mathbb{Z} .

Aufgabe 2. (2P) Preisänderungen.

Eine Ware kostet ursprünglich A Euro. Nachdem sie zuerst um 7% verteuert, anschließend um 12% verbilligt, und schließlich um 10 Euro in Preis reduziert wurde, kostet sie E Euro. Stellen Sie eine Formel für E auf!

$E =$ _____ (Euro).

Aufgabe 3. (2P) Normale und parallele Geraden. Gegeben sind die Geraden:

$$g : 2x + y = 4$$

$$h : X = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ mit } t \in \mathbb{R}$$

Ergänzen Sie durch Ankreuzen den folgenden Text so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Die Geraden g und h sind _____ ① _____, da _____ ② _____.

Möglichkeiten für ①		Möglichkeiten für ②	
identisch	<input type="checkbox"/>	ihre Normalvektoren zueinander parallel sind	<input type="checkbox"/>
zueinander normal	<input type="checkbox"/>	ihre Richtungsvektoren normal auf einander stehen	<input type="checkbox"/>
zueinander parallel	<input type="checkbox"/>	sie einen gemeinsamen Punkt haben.	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 4. (2P) Ermitteln einer Termdarstellung. Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = ax^3 + bx + 2 \text{ mit } b, c \text{ reelle Zahlen.}$$

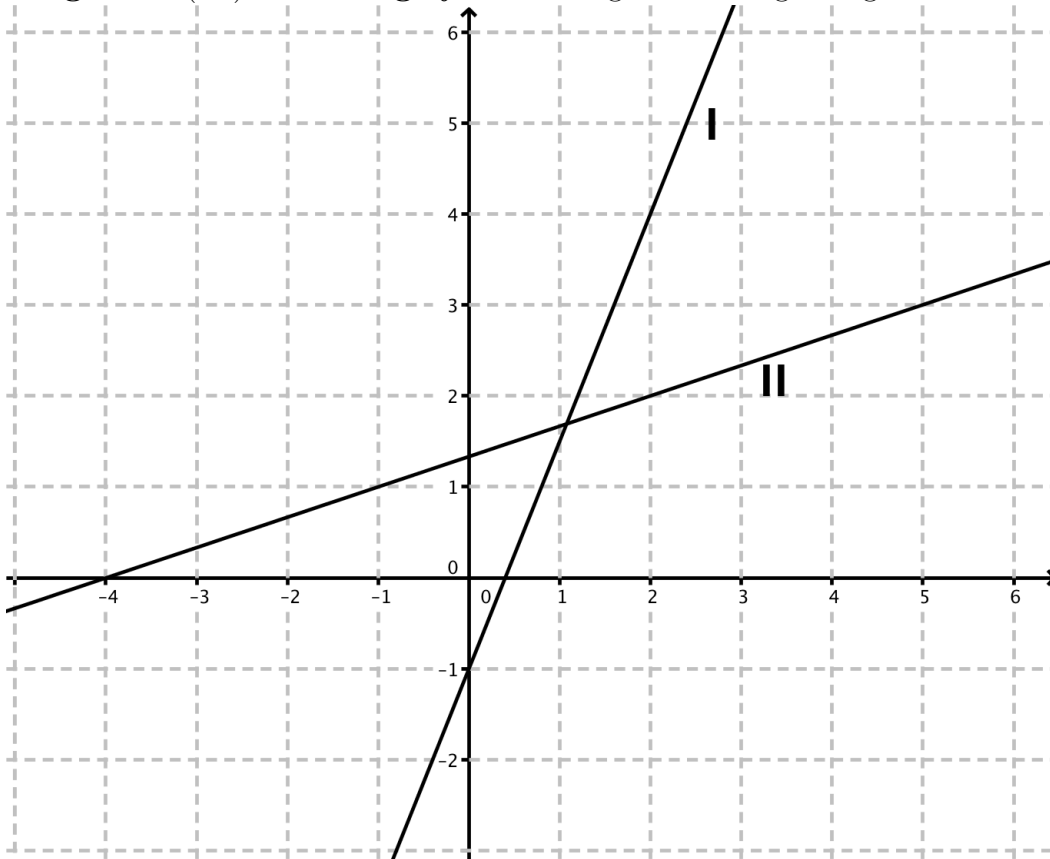
Der Graph von f geht durch den Punkt $(2|0)$ und hat dort die Steigung 2. Ermitteln Sie die Parameter a und b und geben Sie die zugehörige Termdarstellung von f an.

$a =$ _____, $b =$ _____, $f(x) =$ _____

Aufgabe 5. (2P) Exponentialfunktion. Gegeben ist die Funktion $f(x) = 3e^{-2x}$. Entscheiden Sie, welche der untenstehenden Aussagen auf f zutreffen.

Aussage	Trifft zu
Die Funktion ist für alle $x \in \mathbb{R}$ definiert.	
Die Tangente an der Stelle $x = 0$ hat Steigung 0.	
Die Funktion ist monoton fallend.	
Der Graph der Funktion hat eine Rechtskrümmung.	
Die Funktion ist periodisch.	

Aufgabe 6. (2P) Gleichungssysteme. Gegeben ist folgende grafische Darstellung:



Geben Sie ein dieser Grafik entsprechendes lineares Gleichungssystem mit den Variablen x und y sowie die Lösung dieses Gleichungssystems an!

Gleichungssystem I: _____

II: _____

Lösung $x =$ _____ $y =$ _____

Aufgabe 7. (2P) Definitionsbereiche. Gegeben sind fünf reelle Funktionen f_1, f_2, f_3, f_4 und f_5 . Ermitteln Sie zu diesen Funktionen jeweils den größtmöglichen Definitionsbereich D !

$f_1(x) = \frac{x}{5} - 1$	$D =$
$f_2(x) = -\sqrt{x+1}$	$D =$
$f_3(x) = {}^5\log(x)$	$D =$
$f_4(x) = -\frac{5}{3-x^2}$	$D =$
$f_5(x) = 5x^{-3}$	$D =$

Aufgabe 8. (2P) Ableitungen. Gegeben sind vier reelle Funktionen. Ordnen Sie jede Funktion der richtigen ersten Ableitung zu!

Funktionen		Ableitungen	
$f(x) = 3e^x$	A	$f'(x) = -e^{-x}$	
$f(x) = e^{-3x}$	B	$f'(x) = 3e^{-3x}$	
$f(x) = e^x + 3$	C	$f'(x) = -e^{3x}$	
$f(x) = -\frac{1}{3}e^{3x}$	D	$f'(x) = 3e^x$	
		$f'(x) = -3e^{-3x}$	
		$f'(x) = e^x$	

Aufgabe 9. (2P) Ableitung verschiedener Funktionen. Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^2$. Vervollständigen Sie durch Ankreuzen die Aussage so, dass sie korrekt ist!

Für die Funktion ① ist die erste Ableitung ②.

Möglichkeiten für ①	
$g(x) = f(2x)$	<input type="checkbox"/>
$g(x) = f(\frac{x}{2})$	<input type="checkbox"/>
$g(x) = 2f(x)$	<input type="checkbox"/>

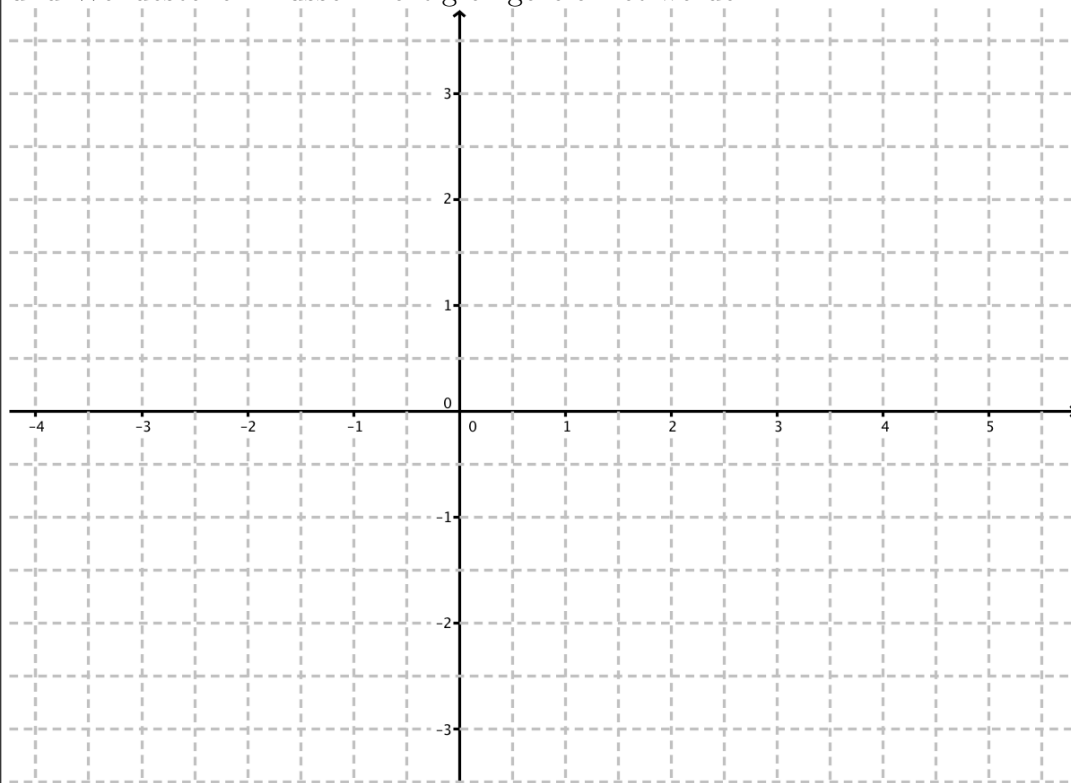
Möglichkeiten für ②	
$g'(x) = \frac{x}{2}$	<input type="checkbox"/>
$g'(x) = 2x$	<input type="checkbox"/>
$g'(x) = 8x$	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 10. (2P) Exponentialfunktionen und ihre Eigenschaften. Gegeben ist die Exponentialfunktion $f(x) = a^x$, wobei $a > 0$.

Kreuzen Sie die richtigen Aussagen an!	
1. <input type="checkbox"/>	$f(x+1) = f(x) + a.$
2. <input type="checkbox"/>	$f(x+1) = f(x) + f(1).$
3. <input type="checkbox"/>	$f(x+1) = a \cdot f(x).$
4. <input type="checkbox"/>	$\frac{f(x+h)}{f(x)} = a^h$ für $h \in \mathbb{R}.$
5. <input type="checkbox"/>	$f(\frac{1}{2}) = \sqrt{a}.$

Aufgabe 11. (2P) **Allgemeine Sinusfunktion.** Gegeben ist die reelle Funktion Funktion f mit $f(x) = 2,5 \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)$.

Skizzieren Sie den Graphen von f im Koordinatensystem! Die Nullstellen, lokalen Extremstellen und Wendestellen müssen richtig eingezeichnet werden!



Aufgabe 12. (2P) **Zweite Ableitungen.** Gegeben sind vier reelle Funktionen. Ordnen Sie jede Funktion der richtigen zweiten Ableitung zu!

Funktionen	
$f(x) = 4 \sin(3x)$	A
$f(x) = x^2 + \sin(3x)$	B
$f(x) = \sin(6x)$	C
$f(x) = 2x + \sin\left(\frac{6x}{2}\right)$	D

Ableitungen	
$f''(x) = -9 \sin(3x)$	
$f''(x) = -36 \sin(6x)$	
$f''(x) = -36 \sin\left(\frac{6x}{2}\right)$	
$f''(x) = -2 \sin(3x)$	
$f''(x) = 2 - 9 \sin(3x)$	
$f''(x) = 2x - \cos(3x)$	

Wiederholung der dritten Schularbeit Mathematik Klasse 7D WIKU am
04.03.2015

SCHÜLERNAME:

TEIL II

Aufgabe 1.

In der Wahrscheinlichkeitstheorie spielt folgende Funktion eine sehr wichtige Rolle:

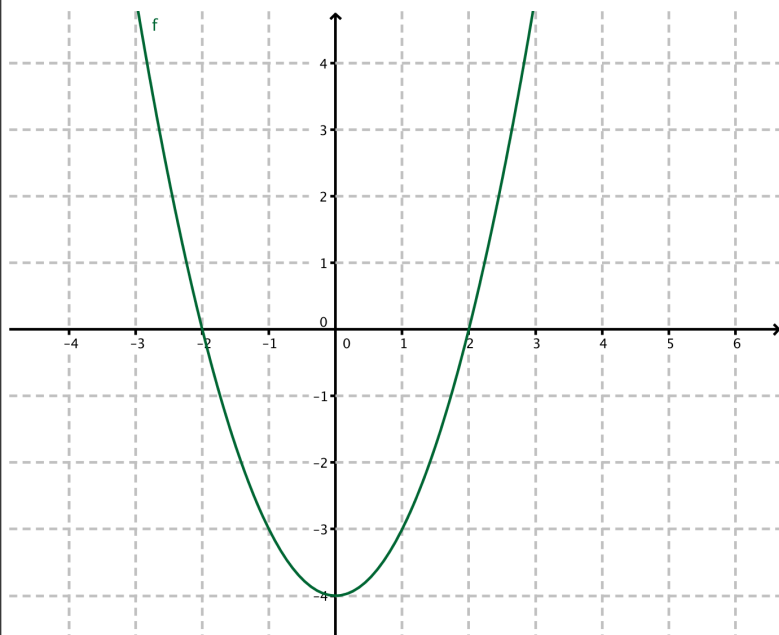
$$f(x) = e^{-a(x-m)^2}, \quad a, m \in \mathbb{R}, \quad a > 0.$$

- (a) (2P Kompensationspunkte) Ermitteln Sie die Extremstellen dieser Funktion und drücken Sie dabei die Stelle in a und m aus.
- (b) (2P) Untersuchen Sie die Funktion f auf Monotonie; beantworten Sie im Besonderen die Frage, in welchen Intervallen f monoton steigend bzw. monoton fallend ist.
- (c) (2P) Ermitteln Sie die Wendestellen dieser Funktion und drücken Sie dabei die Stelle in a und m aus.
- (d) (2P) Zeigen Sie, dass $f(m+h) = f(m-h)$, und interpretieren Sie diese Eigenschaft von f .
- (e) (2P) Skizzieren Sie für den Fall $m = 0$ und $a = 1$ den Graphen von f so, dass Nullstellen, Extremstellen, Wendestellen gut ersichtlich sind, so wie das Vorhandensein von Asymptoten. Überlegen Sie sich die Grenzwerte $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ genau!

Hinweise: (1) $e^u > 0$ für alle $u \in \mathbb{R}$. (2) $a(x-m)^2$ ist für $a > 0$ immer positiv (warum?). (3) Benutze beim Differenzieren die Verknüpfungsregel, und für die zweite Ableitung auch noch die Produktregel!

Aufgabe 2. (3P)

In untenstehender Figur ist der Graph der Funktion $f(x) = x^2 - 4$ dargestellt. Für jeden Punkt P auf dem Graphen von f ist d_P die Distanz zwischen P und dem Ursprung. Finden Sie die zwei Punkte P_1 und P_2 auf dem Graphen von f , welche eine minimale Distanz d_P zum Ursprung haben.



Aufgabe 3. (3P, wovon zwei Kompensationspunkte für die Formel der Fläche in nur einer Variable.)

Eine Dose mit einem Inhalt von 1L hat die Form eines Zylinders. Um Wärmeverluste zu minimieren, sind die Abmessungen so zu wählen, dass der Flächeninhalt minimal ist. Bestimmen Sie Radius und Höhe der Dose so, dass der Flächeninhalt minimal ist!

Aufgabe 4.

Die Krankheit Efbola wird durch Zecken auf Menschen übertragen. Falls eine Person infiziert wird, dauert es etwa 4 Tage bevor die Person die Symptome hat, und die Krankheit bei ihr ausbricht. Die Krankheit Efbola ist höchst infektiös und lebensgefährlich. Im Land Miberia ist August 2041 die Krankheit Efbola ausgebrochen und in November 2041 gab es folgende Daten:

Monat	Gesamtheit der Erkrankungen	Gesamtheit der Sterbefälle
August	230	151
September	452	367
Oktober	850	676

- (a) (2P Kompensationspunkte) Die Sterberate einer Krankheit gibt an, wie viele Prozent der mit der Krankheit infizierten Menschen an der Krankheit sterben. Finden Sie einen guten Schätzwert für die Sterberate von Efbola.
- (b) (3P) Die Ärztin Heiny Hose nimmt an, dass das Finden eines geeigneten Medikaments etwa 10 Monate dauern kann, und dass sich die Krankheit ab dem zweiten Monat linear ausdehnt. Das bedeutet, dass ab dem zweiten Monat das Wachstum der Gesamtheit der Krankheiten laut H. Hose linear zu beschreiben ist. Bestimmen Sie, wie viele Personen laut H. Hose bis zum Finden eines geeignete Medikaments an der Krankheit erkranken und wie viele bis dahin sterben werden.
- (c) (3P) Die WHO ist bezüglich des Findens eines geeigneten Medikaments mit Frau Dr.^a H. Hose einverstanden, nur nimmt sie ein exponentielles Wachstum ab dem zweiten Monat an. Bestimmen Sie, wie viele Sterbefälle es laut der WHO bis zum Zeitpunkt des Findens eines geeigneten Medikaments geben wird. Ermitteln Sie auch, wie weit die Prognosen der Sterbefälle von H. Hose und der WHO nach 10 Monaten auseinander liegen.

BEURTEILUNGSBLATT TEIL II

Aufgaben und Punkteanzahlen			
Nr.	Erklärung	Punkte	von
1(a)			2 (KP)
1(b)			2
1(c)			2
1(d)			2
1(e)			2
2			3
3			3 (2 KP)
4(a)			2 (KP)
4(b)			3
4(c)			3
Insgesamt			24