

Erste Schularbeit Mathematik Klasse 2E am 17.10.2014
Antwortenschlüssel

NOTENSCHLÜSSEL	
23-24 Punkte	Sehr Gut (1)
20-22 Punkte	Gut (2)
16-19 Punkte	Befriedigend (3)
12-15 Punkte	Genügend (4)
0-11 Punkte	Nicht genügend (5)

Hier sind Antworten dabei.

GRUPPE A

Aufgabe 1.

(a) $17 \cdot 0,01 \cdot 200 = 34$

(b) $5 \cdot \left(\frac{7}{10} - \frac{1}{4}\right) = 2\frac{1}{4}$

(c) $4 \cdot 2\frac{2}{3} - 2 = 8\frac{2}{3}$

(d) $(5 \cdot \frac{12}{17}) : 10 = \frac{6}{17}$

Aufgabe 2. Entscheide, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind, und kreuze dann richtig oder falsch an. (5 Punkte)

	Aussagen	Richtig	Falsch
1	Eine Primzahl hat nur einen Teiler.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
2	Drei Prozent bedeutet drei Hundertstel Anteil.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	Zehn Prozent von Zwanzig ist mehr als 1 Prozent von 250.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
4	$\frac{16}{4} \in \mathbb{N}$.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5	Es gibt unendlich viele Primzahlen.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6	Dividieren durch $\frac{3}{10}$ ist dasselbe wie Multiplizieren mit $3\frac{1}{3}$.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7	Die Zahl $\frac{3}{5}$ durch 4 Dividieren ist dasselbe wie 4 mit $\frac{5}{3}$ Multiplizieren.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
8	15% entspricht einem Fünfzehntel Anteil.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

GRUPPE A

Aufgabe 3.

Zum Thema ‘Teiler, Vielfache und Primzahlen’:

- (a) Erkläre, was der Satz “A teilt B” bedeutet.

A ist ein Teiler von B, oder B ist ein Vielfaches von A, oder B dividiert durch A hat Rest Null, oder $\frac{B}{A}$ ist eine natürliche Zahl.

- (b) Gib die Primfaktorzerlegungen von $U = 225$ und $V = 555$ und berechne $ggT(U, V)$.

$225 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$, $555 = 5 \cdot 111 = 5 \cdot 3 \cdot 37$, also $ggT(U, V) = 3 \cdot 5 = 15$.

- (c) Die Zahl X hat Primfaktorzerlegung $X = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$ und die Zahl Y hat die Primfaktorzerlegung $Y = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$. Gib die Primfaktorzerlegungen von $ggT(X, Y)$ und $kgV(X, Y)$.

Wenn wir die Primfaktorzerlegung (PFZ) von X ergänzen, sodass Y auch drinnen ist: $kgV(X, Y) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 11$, und mit dem Minimalpaket $ggT(X, Y) = 3 \cdot 5 \cdot 7$. Man muss also nichts ausrechnen, nur ablesen!

- (d) Begründe, dass im Allgemeinen $ggT(S, T) \leq kgV(S, T)$. Finde zwei Zahlen S und T (dürfen gleich sein), sodass $kgV(S, T) = ggT(S, T)$.

Die Teiler sind immer kleiner (oder gleich) als S und T , die Vielfache sind immer größer gleich, und der ggT ist ein Teiler, und das kgV ist ein Vielfaches. Also der ggT ist kleiner gleich S und T , das kgV ist größer gleich S und T . Also muss der ggT auch kleiner gleich das kgV sein. Gleichheit gilt wenn $S = T$, zum Beispiel $kgV(2, 2) = 2 = ggT(2, 2)$.

- (e) Gib die Teilmengen von 99.

$99 = 3 \cdot 3 \cdot 11 \implies T(99) = \{1, 3, 9, 33, 99\}$.

- (f) Nimm die Zahl X von (c). Wie viele Primzahlen kommen in der Teilmengen von X vor?

Vier, denn sie sind 2, 3, 5, und 7, denn alle anderen sind zusammengesetzt aus diesen und 1.

Aufgabe 4.

- (a) Die Mehrwertsteuern auf Autos beträgt 20%. Berechne den Preis eines Autos, das ohne Mehrwertsteuern €3500 kostet.

20% von 3500 ist ein Fünftel von 3500, das ist also 700. Das kommt dazu, also €4200.

- (b) Kevin Koster will wissen, wie teuer sein Auto ohne Mehrwertsteuern ist. Er hat für das Auto €4800 zahlen müssen. Berechne, wie teuer das Auto ohne Mehrwertsteuern ist.

Kevin hat also 120% des Preises OHNE MWSt bezahlt. Also 120% entspricht 4800, daher 20% entspricht $4800 : 6 = 800$. Daher war das Auto OHNE MWSt $4800 - 800 = e4000$.

GRUPPE A

Aufgabe 5.

Übersetze folgende Aussage in Worte, und erkläre anhand Beispiele, was gemeint ist:

$$A, B \in \mathbb{N} \implies A + B \in \mathbb{N} \text{ und } A \cdot B \in \mathbb{N}$$

Wenn A und B natürliche Zahlen sind, so sind auch ihre Summe und ihr Produkt natürliche Zahlen. Bsp.: 3 und 4 sind natürliche Zahlen und ihre Summe (Sieben) und ihr Produkt (Zwölf) auch.

GRUPPE B

Aufgabe 1.

(a) $18 \cdot 0,01 \cdot 300 = 54$

(c) $3 \cdot 2\frac{3}{4} - 2 = 6\frac{1}{4}$

(b) $7 \cdot (\frac{5}{12} - \frac{1}{3}) = \frac{7}{12}$

(d) $(15 \cdot \frac{2}{19}) : 10 = \frac{3}{19}$

Aufgabe 2. Entscheide, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind, und kreuze dann richtig oder falsch an.

Aussagen		Richtig	Falsch
1	Es gibt unendlich viele natürliche Zahlen.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	Dividieren durch $\frac{4}{5}$ ist dasselbe wie Multiplizieren mit 1,25.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	Die Zahl $\frac{3}{5}$ durch 5 Dividieren ist dasselbe wie 5 mit $\frac{5}{3}$ Multiplizieren.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
4	20% entspricht einem Zwanzigstel Anteil.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
5	Eine Primzahl hat zwei Teiler.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6	Vier Prozent bedeutet Hundert Viertel Anteil.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
7	Zehn Prozent von Zwanzig ist mehr als 5 Prozent von 250.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
8	$\frac{16}{5} \in \mathbb{N}$.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

GRUPPE B

Aufgabe 3.

Zum Thema ‘Teiler, Vielfache und Primzahlen’:

- (a) Erkläre, was der Satz “A ist ein Vielfaches B ” bedeutet.

B teilt A, oder $A = k \cdot B$ für eine bestimmte natürliche Zahl k , oder $A : B$ hat Rest Null, oder $\frac{B}{A} \in \mathbb{N}$.

- (b) Gib die Primfaktorzerlegungen von $U = 210$ und $V = 330$ und berechne $ggT(U, V)$.

$U = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$, $V = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$, $ggT(U, V) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$.

- (c) Die Zahl X hat Primfaktorzerlegung $X = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 11$ und die Zahl Y hat die Primfaktorzerlegung $Y = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$. Gib die Primfaktorzerlegungen von $ggT(X, Y)$ und $kgV(X, Y)$.

Gemeinsamkeiten Suchen ergibt $ggT(X, Y) = 3 \cdot 7 \cdot 11$ und zu einem gemeinsamen Vielfach Ergänzen ergibt $kgV(X, Y) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 11$. Man muss also nichts wirklich ausrechnen, nur ablesen. . .

- (d) Begründe, dass im Allgemeinen $kgV(S, T) \leq S \cdot T$. Finde zwei Zahlen S und T , sodass $kgV(S, T) = S \cdot T$.

$S \cdot T$ ist ein Vielfaches von S und T , aber vielleicht nicht das kleinste, das kann noch kleiner sein, aber also niemals größer, daher $kgV(S, T) \leq S \cdot T$.

- (e) Gib die Teilmengen von 110.

$110 = 2 \cdot 5 \cdot 11 \implies T(110) = \{1, 2, 5, 10, 11, 22, 55, 110\}$.

- (f) Nimm die Zahl X von (c). Wie viele Primzahlen kommen in der Teilmengen von X vor?

Vier, denn sie sind 2, 3, 7 und 11, alle anderen Teiler sind aus diesen zusammengesetzt und 1.

Aufgabe 4.

- (a) Die Mehrwertsteuern auf Autos beträgt 25%. Berechne den Preis eines Autos, das ohne Mehrwertsteuern €2800 kostet.

Ohne MWSt sind es 2800, dann müssen also noch diese 25% dazu, das heißt, ein Viertel kommt dazu, das ist also 700 dazu, somit €3500.

- (b) Kevin Koster will wissen, wie teuer sein Auto ohne Mehrwertsteuern ist. Er hat für das Auto €4000 zahlen müssen. Berechne, wie teuer das Auto ohne Mehrwertsteuern ist.

Bei diesen 4000 waren die MWSt schon dabei, also sind das 125%. Um dann auf 100% zu kommen, müssen wir also 25% von 125% wegnehmen. Das ist aber ein Fünftel, also 800 Euro. Somit ist der Preis ohne MWSt €3200. Alternativ: Dividiere durch 1,25, das ist also Multiplizieren mit $\frac{4}{5}$. Ergibt auch €3200.

Aufgabe 5.

Übersetze folgende Aussage in Worte, und erkläre anhand Beispiele, was gemeint ist:

$$A \nmid B \implies \frac{B}{A} \notin \mathbb{N}$$

Wenn A die Zahl B nicht teilt, ist der Bruch $\frac{B}{A}$ ein echter Bruch und keine natürliche Zahl. Bsp. 5 teilt 3 nicht und tatsächlich ist $\frac{3}{5}$ keine natürliche Zahl. Die Rolle von 3 und 5 umdrehen ergibt ein zweites Beispiel.