

Planungsblatt Mathematik für die 2E

Woche 32 (von 27.04 bis 01.05)

Hausaufgaben ¹

Bis Dienstag 28.04:

(i) Auf einer der nächsten Seiten siehst du eine Ausarbeitung vom Rechenwettbewerb der vorigen Woche. Schau diese gut an, und lerne etwas von diesen Tricks!

(ii) Folgende Aussage stimmt, aber warum? *Wenn von zwei Dreiecken die Seitenlängen gleich lang sind, dann sind sie kongruent. Also, wenn Dreieck Eins die Seitenlängen 2, 7 und 8 hat, und Dreieck Zwei die Seitenlängen 7, 8 und 2, dann sind sie kongruent, also, man kann sie mit Spiegelung, Drehung und Verschiebung auf einander geben.*

Bis Mittwoch 29.04:

Erledige 957(a) und gib einen schönen Beweis für die Aussage von 954.

Bis Donnerstag 30.04:

(i) Erledige die Aufgaben 964(a)(b), 973(a)(b), 975(1)(a), 976 (Beweis Aufgabe), 980.

(ii) Lies dir den SA-Stoff für die SA am 7. Mai durch!

Bis Montag 04.05:

Erledige die Aufgaben 981(a)(b)(c), 982(a)(b), 983(a), 985(a).

Kernbegriffe dieser Woche: Geometrie: Streckensymmetrale, Symmetrieachse, Spiegelung, Drehung, Verschiebung, Schwerlinie, Schwerpunkt, Höhenlinie

Ungefähre Wochenplanung

Schulübungen.

- (a) Montag: (i) HÜ-Bespr. (ii) Ars Demonstrandi: aber warum? Zuerst ein Gruppenauftrag: Siehe unten! und dann (iii) Gruppendiskussion (keine Sorge, ich führe die Diskussion).
- (b) Dienstag: (i) HÜ-Bespr. (ii) Besprechung von 930(a) und 933, (iii) Euler'sche Gerade: dazu 957(a), (iii) 954 – eine andere Beweis Aufgabe, (iv) Fragenrunde.
- (c) Mittwoch: (i) HÜ-Bespr. (ii) 964(a)(b), 973(a)(b), 975(1)(a), 976 (Beweis Aufgabe), 980
- (d) Donnerstag: (i) HÜ-Bespr. (ii) Rechenwettbewerb (iii) Satz von Thales - und wie man damit rechtwinklige Dreiecke konstruiert, (iv) 981(a)(b)(c), 982(a)(b), 983(a), 985(a).

Unterlagen auf www.mat.univie.ac.at/~westra/edu.html

¹Für manche Aufgaben wird auf Rückseite/Anhang/Buch/Arbeitsblatt verwiesen.

Buchaufgabenliste:

- (C) Prozentrechnung: 579, 581, 583, 591, 595, 598, 599, 603, 606, 609, 613 (MWSt siehe Text daneben), 615, 617, 618, 619, 620, 624, 625, 631, 635, 637, 639, 642, 645, 648, 649, 654, 656, 661, 662, 665, 671, 676, 677, 678, 679 (!); Wissensstraße Seite 143.
- (D) 692, 693, 694, 696, 697, 701, 705, 707, 708, 711, 713, 715, 716, 717, 718
- (E) Gleichungen und Formeln: 380(a)(b)(c)(d), 381(a)(b)(c)(d)(e)(g), 384(a)(b)(c)(d), 386(a)(c)(e)(g), 387(a)(d), 388(a)(c), 389(a)(c), 390(a)(d), 391(a)(d), 392(b)(e), 393, 394, 397, 399, 403, 406, 407(a)(b)(c), 411(a)(b)(c)(d), 412(a)(b)(c)(d), 413(a)(b)(c)(d), 414(a)(b)(c)(d), 415(a)(d), 417(a)(b), 420, 421, 423(a), 424(b), 427(a), 428(c), 432, 433, 436, 441, 443, 449, 452(a)(b)(c)(d), Wissensstraße
- (F) Proportionalitäten: 464(1)(2), 465, 466, 467, 470, 474, 477, 479(a), 481(a)(b); 489, 490, 492, 493, 496, 498, 503, 506, 507, 508, 510, 512, 516, 519, 523, 524, 526, 527, 528, 530, 535, 537, 541, 544, 546, 550, 553, 556, 557, 560, 561, 563, Wissensstraße S.119
- (G) Geometrie – Inhalt: 723(a), 724(a), 725(a), 727, 728, 730(a)(c), 733(a), 734(a), 735(a), 737(a), 738, 739(a), 740, 741(d), 744, 745(a)(b)(e)(f), 747, 749(a)(c)(e)(g), 750(ganz), 752, 754, 755
- (H) Geometrie – Winkel: 756, 760(a)(c), 761, 762, 763(a)(b), 764(a)(b), 766, 767(a)(b)(f), 768(a)(b), 776, 777, 778, 781(a)(b)(d)(e)(f), 783, 788, 789, 793, 795, 797.
- (I) Geometrie – Koordinaten/Symmetrie: 799, 800, 802(a), 804(a), 805(a), 808, 812, 815, 819, 823, 828, 832, 833, 835, 836(a), 837(a), 840, 841, 845, 846(a), 850(a)(b)(c)(d), 854, Wissensstraße auf Seite 185.
- (J) Geometrie: Dreiecke: 868(a)(b), 870, 871 und/oder 872, 889(a), 891, 893(1), 895, 900(a)(c), 901(a)(b), 904(a), 906, 911(a)(b)(c), 914, 918(a)(b), 920(b)(c), 921(a), 924(a)(b), 925, 926, 930(a), 933, 940, 941, 942, 946(a)(b), 948, 952, 954, 957, 964(a)(b), 973(a)(b), 975(1)(a), 976 (Beweis Aufgabe), 980, 981(a)(b)(c), 982(a)(b), 983(a), 985(a).

Ich habe vor, diese Aufgaben auf jeden Fall zu machen. Diese Liste wird mit der Zeit länger werden, und nach einer Schularbeit fange ich wieder mit einer neuen Liste an.

Ars Demonstrandi Woche 32

(1) Die Anzahl der Primzahlen.

Überlegt euch folgende Sachen: (a) Jemand behauptet, es gäbe nur 3 Primzahlen. Wie würdest du beweisen, dass er recht/unrecht hat? (b) Jemand behauptet, es gäbe nur 10 Primzahlen. Stimmt das? Wie können wir das wissen? (c) Jemand behauptet, es gibt eine ganze große Zahl, etwas wie Milliard mal Millard mal Milliard, und es gibt nicht mehr Primzahlen als diese Zahl. Wie können wir kontrollieren, dass das stimmt?

(2) Dreiecke.

(a) Warum hat ein Dreieck Winkelsumme 180 Grad?
(b) In einem Dreieck ist die Summe von zwei Seiten immer mehr als die dritte Seite. Warum? Ist dies zu wissen irgendwie sinnvoll?

(3) Zahlentrick.

Ich behaupte, es gilt folgender Zahlentrick $A \cdot A - B \cdot B$ für ALLE ZAHLEN A und B ! Ein Beispiel $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = (\frac{3}{4} + \frac{1}{4}) \cdot (\frac{3}{4} - \frac{1}{4}) = 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, kontrolliere mal, denn $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$ und $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$ und der Unterschied ist tatsächlich $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$.

(a) Kontrolliere für noch einige Zahlenpaare A und B , dass der Trick funktioniert. Nimm zB $A = 201$ und $B = 99$, aber finde mindestens noch weitere Beispiele.
(b) Wie kann ich jetzt wissen, dass der Trick immer gilt?

(4) Ein logischer Fehlschluss.

Das was man beweisen muss, darf man nicht benutzen, um es zu beweisen. Der Mathematik-lehrer hat immer recht. Warum? Weil er immer recht hat!

Etwas komplizierter geht es auch! Betrachte folgende Argumente, und gib an, warum das Argument nicht so klappt!

(a) Jede Zahl, die durch 4 und durch 6 teilbar ist, ist auch durch 24 teilbar. Denn, wenn eine Zahl durch 4 teilbar ist, und auch durch 6, dann natürlich auch durch das Produkt, also durch 24.
(b) Jedes Dreieck hat Winkelsumme 180. Denn, jedes Viereck hat Winkelsumme 360 Grad. Aber wenn wir ein Dreieck noch einmal zeichnen, sodass wir zwei Exemplare haben, kann man sie so zusammenlegen, dass ein Viereck entsteht. Somit muss die Winkelsumme eines Dreiecks die Hälfte von 360 sein, also 180.

- 1:** Hauptthema: Geometrie, Winkelkonstruktionen und Dreiecke sind das Hauptthema. Aber natürlich auch: Längeneinheiten (m, cm, mm, \dots), aber auch Volumen- und Flächeneinheiten; Bruchzahlen, Dezimalzahlen; Rechteck und Quadrat; Quader und Würfel; Winkelsumme; Koordinaten; Symmetrie(-achsen); Kongruenz, Gleichförmigkeit; Punktspiegelung; Achsenspiegelung.
- 2:** Wichtige Begriffe sind u.a.: Kongruenz/kongruent, gleichförmige Dreiecke, Achsenspiegelung, Punktspiegelung, Streckensymmetrale, Winkelsymmetrale, Normalwinkel, Normalabstand, gleichschenkelig, gleichseitig, rechtwinklig, stumpfwinklig, spitzwinklig, stumpfer Winkel, rechter Winkel, spitzer Winkel, Satz von Thales, F-Gesetz, Z-Gesetz, SSS-, SSW-, WSW-, SWS-Sätze, eindeutige Konstruktion, uneindeutige Konstruktion, Schwerlinien, Höhe(-nlinie) eines Dreiecks, Umkreis, Inkreis, Schwerpunkt, Höhenschnittpunkt, Euler'sche Gerade.
- 3:** Alle Konstruktionen kennst und kannst du; einige Beweise kennst du auch, zB, dass die Winkelsumme eines Dreiecks 180 Grad ist, die Aufgaben 940, 941, 942, 921(a), dass die Summe zweier Seiten eines Dreiecks mehr sind als die dritte.
- 4:** Natürlich kannst du wie normal gut mit Dezimalzahlen und Bruchzahlen rechnen!
- 5:** Die Buchaufgaben dazu sind - siehe Buchaufgabenliste oben - H (Winkel), I(Geometrie/Koordinaten) und J(Geometrie/Dreiecke). Im Buch sind das die Seiten 164 bis 221.

-
- 1: $\text{ggT}(24,42) = 6$. Warum, weil die Primfaktorzerlegungen sind: $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ und $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$, gemeinsam ist also eine Zwei und eine Drei.
 - 2: $\frac{2}{15}$ von 225 ist 30. Geschickt wiedererkennen: 15 mal 15 ist 225, also ein Fünfzehntel von 225 ist 15, somit zwei Fünfzehntel 30.
 - 3: $\frac{3}{4} : \frac{3}{32} = 8$, weil die Vier achtmal in 32 passt, also $\frac{1}{32}$ passt achtmal in $\frac{1}{4}$, und somit auch $\frac{3}{32}$ passt achtmal in $\frac{3}{4}$.
 - 4: Die Summe der Kehrwerte von $\frac{4}{3}$ und $1\frac{2}{3}$ beträgt $\frac{3}{4} + \frac{3}{5} = \frac{15+12}{20} = 1\frac{7}{20}$.
 - 5: Nimm die Lösung von $3X + 1 = 8$ und multipliziere sie mit sechs. Das Ergebnis ist 14. Warum? Zwei Methoden: (1) Ich löse die Gleichung und finde $X = \frac{7}{3}$ und somit $6X = 6 \cdot \frac{7}{3} = \frac{42}{3} = 14$. (2) Ich finde $3X = 8 - 1 = 7$ also $6X = 3X + 3X = 7 + 7 = 14$.
 - 6: Vereinfache so weit wie möglich $\frac{768}{900} = \frac{256}{300} = \frac{64}{75}$.
 - 7: Finde die Summe aller Primzahlen in der Primzahlzerlegung von 100. Da $100 = 10 \cdot 10 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$ bekommen wir $2 + 2 + 5 + 5 = 14$.
 - 8: Finde alle Teiler von 28 und addiere sie. Die Teiler von 28 sind 1, 2, 4, 7, 14, 28 zusammen ergibt das 56.
 - 9: $101 \cdot 101 - 99 \cdot 99$. Man kann es beinhart ausrechnen und dann findet man 400. Es gibt hier aber einen Trick!!! Es gilt nämlich $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$, also $101^2 - 99^2 = (101 + 99)(101 - 99) = 200 \cdot 2 = 400$. Der Trick ist wirklich super und werden wir später noch sehr oft sehen. Wer es mir jetzt noch nicht so glaubt, einfach ausrechnen so wie $101 \cdot 101 = 10201$ und $99 \cdot 99 = 100 \cdot 99 - 99 = 9900 - 99 = 9801$ und somit $10201 - 9801 = 400$ geht natürlich auch!
 - 10: $942 - 924 + 492 - 429 + 294 - 249 = 126$. Bitte, mache so etwas geschickt! Folgende Methode ist ok, aber träge: $942 - 294 = 18$, $18 + 492 = 510$, $510 - 429 = 81$ und so weiter ... das dauert!!! Und die meisten machen Fehler. Schau dir die Reihe gut an!!! Nicht so eilig rechnen anfangen, zuerst schauen, ob es vielleicht eine Bequemlichkeit gibt, und es gibt sie! Denn $942 - 924 = 18 = 2 \cdot 9$, und $492 - 429 = 63 = 7 \cdot 9$ und $249 - 294 = 45 = 5 \cdot 9$, also das Endergebnis ist $(2 + 7 + 5) \cdot 9 = 14 \cdot 9 = 90 + 36 = 126$, und fertig.