Planungsblatt Mathematik für die 2E

Woche 33 (von 04.05 bis 08.05)

Hausaufgaben [1]

Bis Dienstag 05.05:
(i) Lerne die Ausarbeitung vom Rechenwettbewerb von Donnerstag – siehe weiter unten.
(ii) Schau dir die Aufgaben 930(a), 933, 957(a), 954, 964(a)(b), 973(a)(b), 975(1)(a), 976, 980, 981(a)(b)(c), 982(a)(b), 983(a), 985(a) noch einmal an; gibt es noch offene Fragen? Haben wir etwas noch nicht ganz besprochen? Gibt es Unklarheiten?

Bis Mittwoch 06.05:
(i) Schau dir die Kommentare 'Ars Demonstrandi Woche 33' an – siehe weiter unten! Gibt es Fragen?
(ii) Konstruiere ein rechtwinkliges Dreieck mit Hypotenuse 12cm und eine Kathete ist 5cm.
(iii) Konstruiere ein rechtwinkliges Dreieck mit Hypotenuse 10cm und ein Winkel ist 25 Grad.

Bis Donnerstag 07.05:
Bereite die Schularbeit gut vor!

Bis Montag 11.05:
Mache einen Kreis mit Radius 5cm. Schneide den Kreis mittels einer Gerade, die aber NICHT durch den Mittelpunkt geht. Seien A und B die Schnittpunkte mit dem Kreis. Nimm einen Punkt C auf dem Kreisrand auf dem größeren Teil. Miss den Winkel $\alpha = \angle ACB$. Nimm auch einen Punkt D auf dem anderen Teil des Kreisrandes. Miss den Winkel $\beta = \angle ADB$. Sind α und β wieder 90 Grad? Was ist aber mit $\alpha + \beta$ oder $Diff(\alpha, \beta)$?

Kernbegriffe dieser Woche: Geometrie: Streckensymmetrale, Symmetrieachse, Spiegelung, Drehung, Verschiebung, Schwerlinie, Schwerpunkt, Höhenlnie

Ungefähre Wochenplanung

Schulübungen.

- **(a)** Montag: (i) HÜ-Bespr. (ii) Ars Demonstrandi: Fertigmachen und Gruppendiskussion, (iii) welche Beweise müssen wir können?, (iv) Konstruktionen wiederholen – einige Freihandübungen
- **(b)** Dienstag: (i) HÜ-Bespr. (ii) Besprechung/Wiederholung von 930(a), 933, 957(a), 954, 964(a)(b), 973(a)(b), 975(1)(a), 976, 980, 981(a)(b)(c), 982(a)(b), 983(a), 985(a), (iii) Was ist kongruent, und was nicht? Verschiebung, Drehung, Spiegelungen. Gleichförmig ist 'ähnlich' – dann sind auch Vergrößerungen möglich. (iv) Fragenrunde
- **(c)** Mittwoch: (i) HÜ-Bespr. (ii) Zuordnung: Umkreismittelpunkt, Inkreismittelpunkt, Höhenschnittpunkt – Winkelsymmetralen, Seitensymmetralen, Höhenlinien, (iii) Euler'sche Gerade; Satz von Thales – Fragen? (iv) Gemeinsames Lernen; in Gruppen; jede Person erstellt eine kleine Aufgabe und gibt es einer anderen Person in der Gruppe – auf diese Weise lernen!
- **(d)** Donnerstag: SCHULARBEIT !

[1] Für manche Aufgaben wird auf Rückseite/Anhang/Buch/Arbeitsblatt verwiesen.

Unterlagen auf `www.mat.univie.ac.at/~westra/edu.html`

Buchaufgabenliste:

(C) Prozentrechnung: 579, 581, 583, 591, 595, 598, 599, 603, 606, 609, 613 (MWSt siehe Text daneben), 615, 617, 618, 619, 620, 624, 625, 631, 635, 637, 639, 642, 645, 648, 649, 654, 656, 661, 662, 665, 671, 676, 677, 678, 679 (!); Wissensstraße Seite 143.

(D) 692, 693, 694, 696, 697, 701, 705, 707, 708, 711, 713, 715, 716, 717, 718

(E) Gleichungen und Formeln: 380(a)(b)(c)(d), 381(a)(b)(c)(d)(e)(g), 384(a)(b)(c)(d), 386(a)(c)(e)(g), 387(a)(d), 388(a)(c), 389(a)(c), 390(a)(d), 391(a)(d), 392(b)(e), 393, 394, 397, 399, 403, 406, 407(a)(b)(c), 411(a)(b)(c)(d), 412(a)(b)(c)(d), 413(a)(b)(c)(d), 414(a)(b)(c)(d), 415(a)(d), 417(a)(b), 420, 421, 423(a), 424(b), 427(a), 428(c), 432, 433, 436, 441, 443, 449, 452(a)(b)(c)(d), Wissensstraße

(F) Proportionalitäten: 464(1)(2), 465, 466, 467, 470, 474, 477, 479(a), 481(a)(b); 489, 490, 492, 493, 496, 498, 503, 506, 507, 508, 510, 512, 516, 519, 523, 524, 526, 527, 528, 530, 535, 537, 541, 544, 546, 550, 553, 556, 557, 560, 561, 563, Wissensstraße S.119

(G) Geometrie – Inhalt: 723(a), 724(a), 725(a), 727, 728, 730(a)(c), 733(a), 734(a), 735(a), 737(a), 738, 739(a), 740, 741(d), 744, 745(a)(b)(e)(f), 747, 749(a)(c)(e)(g), 750(ganz), 752, 754, 755

(H) Geometrie – Winkel: 756, 760(a)(c), 761, 762, 763(a)(b), 764(a)(b), 766, 767(a)(b)(f), 768(a)(b), 776, 777, 778, 781(a)(b)(d)(e)(f), 783, 788, 789, 793, 795, 797.

(I) Geometrie – Koordinaten/Symmetrie: 799, 800, 802(a), 804(a), 805(a), 808, 812, 815, 819, 823, 828, 832, 833, 835, 836(a), 837(a), 840, 841, 845, 846(a), 850(a)(b)(c)(d), 854, Wissensstraße auf Seite 185.

(J) Geometrie: Dreiecke: 868(a)(b), 870, 871 und/oder 872, 889(a), 891, 893(1), 895, 900(a)(c), 901(a)(b), 904(a), 906, 911(a)(b)(c), 914, 918(a)(b), 920(b)(c), 921(a), 924(a)(b), 925, 926, 930(a), 933, 940, 941, 942, 946(a)(b), 948, 952, 954, 957, 964(a)(b), 973(a)(b), 975(1)(a), 976 (Beweisaufgabe), 980, 981(a)(b)(c), 982(a)(b), 983(a), 985(a).

Ich habe vor, diese Aufgaben auf jeden Fall zu machen. Diese Liste wird mit der Zeit länger werden, und nach einer Schularbeit fange ich wieder mit einer neuen Liste an.

Ars Demonstrandi Woche 32

(1) Die Anzahl der Primzahlen.

Überlegt euch folgende Sachen: (a) Jemand behauptet, es gäber nur 3 Primzahlen. Wie würdest du beweisen, dass er recht/unrecht hat? (b) Jemand behauptet, es gäbe nur 10 Primzahlen. Stimmt das? Wie können wir das wissen? (c) Jemand behauptet, es gibt eine ganze große Zahl, etwas wie Milliard mal Millard mal Milliard, und es gibt nicht mehr Primzahlen als diese Zahl. Wie können wir kontrollieren, dass das stimmt?

(2) Dreiecke.

(a) Warum hat ein Dreieck Winkelsumme 180 Grad?
(b) In einem Dreieck ist die Summe von zwei Seiten immer mehr als die dritte Seite. Warum? Ist dies zu wissen irgendwie sinnvoll?

(3) Zahlentrick.

Ich behaupte, es gilt folgender Zahlentrick $A \cdot A - B \cdot B$ für ALLE ZAHLEN A und B! Ein Beispiel $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = (\frac{3}{4} + \frac{1}{4}) \cdot (\frac{3}{4} - \frac{1}{4}) = 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, kontrolliere mal, denn $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$ und $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$ und der Unterschied ist tatsächlich $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$.
(a) Kontrolliere für noch einige Zahlenpaare A und B, dass der Trick funktioniert. Nimm zB $A = 201$ und $B = 99$, aber finde mindestens noch weitere BeispielE.
(b) Wie kann ich jetzt wissen, dass der Trick immer gilt?

(4) Ein logischer Fehlschluss.

Das was man beweisen muss, darf man nicht benutzen, um es zu beweisen. Der Mathematiklehrer hat immer recht. Warum? Weil er immer recht hat!

Etwas komplizierter geht es auch! Betrachte folgende Argumente, und gib an, warum das Argument nicht so klappt!

(a) Jede Zahl, die durch 4 und durch 6 teilbar ist, ist auch durch 24 teilbar. Denn, wenn eine Zahl durch 4 teilbar ist, und auch durch 6, dann natürlich auch durch das Produkt, also durch 24.
(b) Jedes Dreieck hat Winkelsumme 180. Denn, jedes Viereck hat Winkelsumme 360 Grad. Aber wenn wir ein Dreieck noch einmal zeichnen, sodass wir zwei Exemplare haben, kann man sie so zusammenlegen, dass ein Viereck entsteht. Somit muss die Winkelsumme eines Dreiecks die Hälfte von 360 sein, also 180.

Ars Demonstrandi Woche 33

(1) Die Anzahl der Primzahlen.

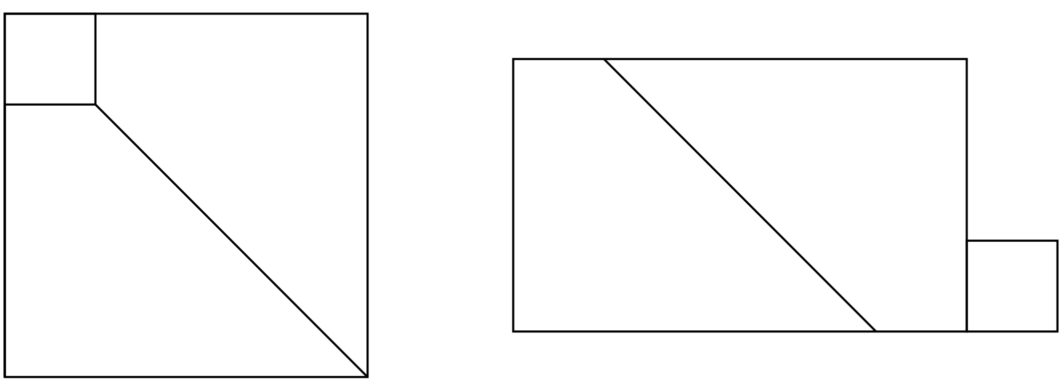
(a) Finde eine Vierte, (b) Finde eine 11. Primzahl, (c) Schwierig. Nehmen wir an, es gibt eine Liste $\{a, b, c, \ldots\}$ von allen Primzahlen. Multipliziere all diese miteinander und addiere eins. Nenne das Ergebnis X, dann $X : a$ hat Rest 1, $X : b$ hat rest 1, und so weiter, also ist X durch keine Primzahl teilbar. Aber dann muss X selbst eine Primzahl sein? Widerspruch! Diese Liste geht also nicht!

(2) Dreiecke.

(a) Siehe Notizen!
(b) (1) Mit der Konstruktion, fange mit der längsten Seite an, dann mache die Kreise um die Endpunkte: die Kreise schneiden sich nicht!!! Geht also nicht! (2) Sei $\triangle ABC$ gegeben. Dann ist $|AC|$ die kürzeste Verbindung zwischen A und C. Von A, über B nach C ist also länger, also ist $|AB| + |BC|$ länger. Und genau das war zu beweisen!

(3) Zahlentrick.

(a) Leichte $(5-4)(5+4) = 9$ und $5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9$. Und $(13-5)(13+5) = 8 \cdot 18 = 80 + 64 = 144 = 169 - 25$.
(b) Eigentlich fast nicht ... außer, du beweist es allgemein. Zum Beispiel: $a(a-b) = aa - ab$, stimmt doch, oder? Aber auch $b(a-b) = ba - bb = ab - bb$. Es gilt ja auch immer, dass $(a+b)c = ac+bc$. Jetzt aber, nehmen wir $c = a-b$ und dann gilt $(a+b)(a-b) = a(a-b)+b(a-b)$ aber das hatten wir hiervor etwas vereinfacht: $a(a-b) + b(a-b) = aa - ab + ab - bb$, aber $ab - ab = 0$, also $(a+b)(a-b) = aa - bb$. Dies ist sehr algebraisch, und es geht auch geometrisch! Das kann ich mal in der Stunde zeigen. Hinweis: studiere folgende Figuren recht gut:



(4) Ein logischer Fehlschluss.

(a) Der Fehler ist, dass 6 und 4 einen ggT haben, nml., 2. So ist 12 durch 4 und durch 6 teilbar, aber nicht durch 24!
(b) Aussage stimmt, aber um zu beweisen, dass ein Rechteck Winkelsumme 360 hat, benutzten wir, dass ein Dreieck Winkelsumme 180 hat! Wie können wir sonst beweisen, dass die Winkelsumme eines Rechtecks 360 ist?

1: ggT(84,96) $= 12$. Hier ist ein anderer Trick auch sinnvoll; wenn eine Zahl 84 und 96 teilt, dann auch die Differenz, welche 12 ist. Und da $84 = 7 \cdot 12$ und $96 = 12 \cdot 8$ und $ggT(8,7) = 1$ ist 12 auch die Antwort.

2: $\frac{3}{20}$ von 4040 ist 606. Klar ist, dass $4040 = 202 \cdot 20$, und dann mit 3 multiplizieren. Achtung, manche hatten hier $4040 : 20 = 22$ und als Antwort 66. Dann hat man die Division nicht gut verstanden!

3: $\frac{25}{14} : \frac{5}{28}$. Bringe beide auf denselben Nenner! $\frac{25}{14} : \frac{5}{28} = \frac{50}{28} : \frac{5}{28} = 50 : 5 = 10$.

4: Die Summe der Kehrwerte von $\frac{7}{13}$ und $2\frac{1}{3}$ ist also die Summe von $\frac{13}{7}$ und $\frac{3}{7}$, also $\frac{16}{7} = 2\frac{2}{7}$.

5: Nimm die Lösung von $5X - 11 = 88$ und multipliziere sie mit 15. Die nicht so gescheite Methode ist zuerst X finden, und $X = \frac{99}{5} = 19\frac{4}{5}$. Dann mit 15 multiplizieren, ist tja, lästig. Besser ist: ich brauche also $15X$, und in der Gleichung steht $5X$, aber $15 = 3 \cdot 5X$, und aus der Gleichung lese ich ab, dass $5X = 99$, also $15X = 3 \cdot 99 = 297$.

6: Vereinfache so weit wie möglich $\frac{96}{216}$. Ich wiedererkenne $216 = 6 \cdot 6 \cdot 6$, und $96 = 16 \cdot 6$, also kann ich auf jeden Fall oben und unten durch 6 teilen: $\frac{16}{36}$ und das ist $\frac{4}{9}$. In kleineren Schritten geht auch, dauert aber ein Bisschen länger.

7: Finde die Summe aller Primzahlen in der Primzahlzerlegung von 64. Da $64 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ ist die Antwort 12.

8: Finde alle Teiler von 100 und multipliziere sie mit einander. War im Unterricht schon. Alle Teiler sind $1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100$, und $4 \cdot 25 = 100$, $2 \cdot 50 = 100$, $5 \cdot 20 = 100$, also ist das Ergebnis $100 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 10 = 1000000000$. Man kann die Teiler hier immer (bis auf 10) in Paaren nehmen.

9: $45 \cdot 45 - 35 \cdot 35$. Mit dem Trick $(45 + 35)(45 - 35) = 80 \cdot 10 = 800$

10: $33 - 29 + 35 - 33 + 99 - 97 + 188 - 186 = 4 + 2 + 2 + 2 = 10$. In kleineren Gruppen (Paaren) zusammennehmen!