Planungsblatt Mathematik für die 2E

Woche 34 (von 11.05 bis 15.05)

Hausaufgaben [1]

Bis Dienstag 12.05:
Erledige mindestens einen Auftrag und fange mit einem zweiten an!

Bis Mittwoch 13.05:
Sorge dafür, dass du drei Aufträge erledigt hast!

Bis Montag 18.05:
Von den Wochenaufträgen 4, 5 oder 6 musst du also mindestens einen gemacht haben (wie weiß ich das?). Arbeite einen von deinen Aufträgen aus (4), (5) oder (6) schön aus, und gib sie mir am Montag 18.05 ab!

Kernbegriffe dieser Woche:

Ungefähre Wochenplanung

Schulübungen.

(a) Montag: (i) HÜ-Bespr. (ii) Aufträge: Es gibt mehrere Aufträge, du musst mindestens 4 erledigen, Besprechungen immer mit mir! (iii) Rechnen mit Rest: Warum das so gut funktioniert!

(b) Dienstag: (i) HÜ-Bespr. (ii) die Wochenaufträge, (iii) kleine Wiederholung vom Rechnen mit Rest, und auch was so besonders an Primzahlen ist – eventuell eine Erklärung vom Wortproblem

(c) Mittwoch: (i) HÜ-Bespr. (ii) die Wochenaufträge, (iii) endgültige Besprechung der Wochenaufträge

(d) Donnerstag: Frei

Unterlagen auf `www.mat.univie.ac.at/~westra/edu.html`

[1] Für manche Aufgaben wird auf Rückseite/Anhang/Buch/Arbeitsblatt verwiesen.

Buchaufgabenliste:

(A) Bruchzahlen: 129, 141, 142, 149, 153(a)(b), 154(a)(b), 166, 177(a)(b)(c), 178(a)(b), 184, 182, 185, 196, 189(a)(b)(c)(d)(e), 192(a)(b)(c), 199, 204

(B) Zahlentheorie: 53, 56, 112 bis 123

(C) Prozentrechnung: 579, 581, 583, 591, 595, 598, 599, 603, 606, 609, 613 (MWSt siehe Text daneben), 615, 617, 618, 619, 620, 624, 625, 631, 635, 637, 639, 642, 645, 648, 649, 654, 656, 661, 662, 665, 671, 676, 677, 678, 679 (!); Wissensstraße Seite 143.

(D) 692, 693, 694, 696, 697, 701, 705, 707, 708, 711, 713, 715, 716, 717, 718

(E) Gleichungen und Formeln: 380(a)(b)(c)(d), 381(a)(b)(c)(d)(e)(g), 384(a)(b)(c)(d), 386(a)(c)(e)(g), 387(a)(d), 388(a)(c), 389(a)(c), 390(a)(d), 391(a)(d), 392(b)(e), 393, 394, 397, 399, 403, 406, 407(a)(b)(c), 411(a)(b)(c)(d), 412(a)(b)(c)(d), 413(a)(b)(c)(d), 414(a)(b)(c)(d), 415(a)(d), 417(a)(b), 420, 421, 423(a), 424(b), 427(a), 428(c), 432, 433, 436, 441, 443, 449, 452(a)(b)(c)(d), Wissensstraße

(F) Proportionalitäten: 464(1)(2), 465, 466, 467, 470, 474, 477, 479(a), 481(a)(b); 489, 490, 492, 493, 496, 498, 503, 506, 507, 508, 510, 512, 516, 519, 523, 524, 526, 527, 528, 530, 535, 537, 541, 544, 546, 550, 553, 556, 557, 560, 561, 563, Wissensstraße S.119

(G) Geometrie – Inhalt: 723(a), 724(a), 725(a), 727, 728, 730(a)(c), 733(a), 734(a), 735(a), 737(a), 738, 739(a), 740, 741(d), 744, 745(a)(b)(e)(f), 747, 749(a)(c)(e)(g), 750(ganz), 752, 754, 755

(H) Geometrie – Winkel: 756, 760(a)(c), 761, 762, 763(a)(b), 764(a)(b), 766, 767(a)(b)(f), 768(a)(b), 776, 777, 778, 781(a)(b)(d)(e)(f), 783, 788, 789, 793, 795, 797.

(I) Geometrie – Koordinaten/Symmetrie: 799, 800, 802(a), 804(a), 805(a), 808, 812, 815, 819, 823, 828, 832, 833, 835, 836(a), 837(a), 840, 841, 845, 846(a), 850(a)(b)(c)(d), 854, Wissensstraße auf Seite 185.

(J) Geometrie: Dreiecke: 868(a)(b), 870, 871 und/oder 872, 889(a), 891, 893(1), 895, 900(a)(c), 901(a)(b), 904(a), 906, 911(a)(b)(c), 914, 918(a)(b), 920(b)(c), 921(a), 924(a)(b), 925, 926, 930(a), 933, 940, 941, 942, 946(a)(b), 948, 952, 954, 957, 964(a)(b), 973(a)(b), 975(1)(a), 976 (Beweisaufgabe), 980, 981(a)(b)(c), 982(a)(b), 983(a), 985(a).

Ich habe vor, diese Aufgaben auf jeden Fall zu machen. Diese Liste wird mit der Zeit länger werden, und nach einer Schularbeit fange ich wieder mit einer neuen Liste an.

Aufträge für Woche 34

In dieser Woche seit ihr die Forscher: es gibt einige Aufträge, wo ihr etwas ausarbeiten könnt. Manche Aufträge sind aber auch normale Aufgaben", für die, die es nicht so spannend wollen.

(1) Zahlenpaare und ihre Kombinationen

(a) Die $(4, 10)$-Zahlen sind die Zahlen, die als Kombination von 4-er und 10-er geschrieben werden können. So ist 14 eine $(4, 12)$-Zahl, denn $14 = 10 + 4$, aber auch 32, denn zB $32 = 4 \cdot 10 - 2 \cdot 4$. Also, du bekommst die $(4, 10)$-Zahlen, wenn du bei Null anfängst, und ständig 4 oder 10 addierst oder subtrahierst. Deine erste Aufgabe ist es, herauszufinden, welche Zahlen zwischen Null und 20 alle $(4, 10)$-Zahlen sind.
(b) Mache dasselbe mit $(3, 11)$-Zahlen.
(c) Finde die kleinste positive $(3, 11)$-Zahl, die kleinste positive $(4, 7)$-Zahl, die kleinste positive $(4, 6)$-Zahl, die kleinste positive $(4, 5)$-Zahl und die kleinste positive $(15, 20)$-Zahl.
(d) Siehst du einen Zusammenhang mit dem ggT bei (c)? Kannst du eine Hypothese aufstellen? Kannst du deine Hypothese vielleicht sogar beweisen?

(2) Ketten mit Eins und Null.

Wir wissen schon, dass Computer mit nur Eins und Null rechnen. Wie schaut dann die Computersprache aus? Wir nennen eine Kette wie 00101101 ein <u>binäres Wort</u> mit <u>Länge</u> 8, also es sind 8 Symbole, und jedes Symbol ist 1 oder 0. Wir schreiben für Länge oft L, also $L = 9$ bedeutet von Länge 9.
(a) Wie viele binäre Wörter gibt es von Länge $L = 1$, und von Länge $L = 2$ und von Länge $L = 3$?
(b) Mache eine Tabelle mit den Ergebnissen von (a), aber behandele auch die Fälle $L = 4$, $L = 5$ und $L = 6$!
(c) Wie viele binäre Wörter mit $L \leq 4$ gibt es? Und wie viele mit $L \leq 5$? Und wie viele mit $L \leq 6$?
(d) Kannst du berechnen, wie viele binären Wörter mit $L = 10$ es geben wird?
(e) Unter allen binären Wörtern gibt es auch Palindrome. Das sind die binären Wörter, die von links gelesen oder von rechts gelesen dasselbe ergeben. Wie viele Palindrome gibt es bei $L = 3$, und bei $L = 4$? Und bei $L = 5$?

(3) Gleichungen.

Löse folgende Gleichungen exakt (also in Bruchzahlen!!!)

- $3X - (X + 1) = 12$
- $3(X + 1) - 2X = 20$
- $X + 2(X + 1) + 3(X + 1) = 10$
- $5X + 2(X - 3) = 22$
- $(X + 1) \cdot 3 + 3 \cdot (X + 2) = 12$
- $X + 2X + 3X = 4(X + 3)$
- $5(X - 3) = 3(X + 3)$
- $120(X - 80) = 13(X + 100)$

(4) Annäherungen – ein Quadrat halbieren

Ein Quadrat mit Seitenlänge a hat Flächeninhalt $a^2 = a \cdot a$. Strecken können wir halbieren, aber können wir auch Quadrate halbieren?
(a) Sei Q_1 das Quadrat mit Seitenlänge 1 cm. Zeige, dass das Quadrat $Q_{1/2}$ mit Seitenlänge $\frac{1}{2}$ cm kleiner als die Hälfte von Q_1 ist.
(b) Die Hälfte von Q_1 muss also eine Seitenlänge größer als $0,5$ cm aber kleiner als $1,0$ cm haben. Zeige, dass die Seitenlänge von der Hälte von Q_1 zwischen $0,7$ und $0,8$ cm liegen muss.
(c) Probiere jetzt aus, ob die Seitenlänge zwischen $0,70$ und $0,71$ liegt, oder zwischen $0,71$ und $0,72$ und so weiter, bis $0,79$ und $0,80$.

(d) Verfeinere dann! Das heißt, ähnlich wie bei (c), wo du die zweite Dezimalstelle von der Seitenlänge der Hälfte von Q_1 gefunden hast, finde jetzt die dritte!
(e) Was denkst du, wird dieses Prozedere irgendwann aufhören? Warum denkst du das?

(4) Annäherungen – Bruchzahlen annäheren

(a) Berechne $\frac{1}{3} - 0,3$, $\frac{1}{3} - 0,33$, $\frac{1}{3} - 0,333$, $\frac{1}{3} - 0,3333$, $\frac{1}{3} - 0,33333$.
(b) Was fällt dir bei den Ergebnisse von (a) auf? In welchem Sinne ist die Folge $0,3 \quad 0,33$ $0,333, \ldots$ eine Annäherung von $\frac{1}{3}$?
(c) Finde auch eine Folge von Zahlen, die sich allmählich $\frac{3}{7}$ annähert! Erkläre deine Strategie!

(5) Rechnen mit Rest

Wir können mit Resten rechnen!!! Zuerst ein Beispiel: Wir nehmen den Rest bei Division durch 12.
(a) Was kann der Rest bei Division durch 12 sein? Wie viele Restmöglichkeiten gibt es?
(b) 3 und 4 haben beide nicht Rest Null, aber $3 \cdot 4 = 12$ hat Rest Null. Darum nennen wir 3 und 4 auch wohl Nullteiler, und wir schreiben $3 \star 4 = 0$ (wir kümmern uns also nur um den Rest!). Finde alle andere Nullteiler unter den Resten von 12.
(c) 5 mal 5 ist 25 ist 1 Rest 12, darum schreiben wir $5 \star 5 = 1$, und wir nennen dann 5 eine Einheit. Finde die anderen Einheiten unter den Resten.
(d) Zeige, dass es für jeden Rest nur zwei Möglichkeiten gibt: Entweder ist der Rest eine Einheit, oder ein Nullteiler.
(e) Mache dasselbe für die Reste bei Division durch 7 (also eine Primzahl) und kommentiere deine Ergebnisse!

(6) Die Euler'sche ϕ-Funktion [2]

Man nennt zwei Zahlen relativ prim, falls sie außer 1 keinen gemeinsamen Teiler haben. Also x und y sind relativ prim genau dann, wenn $ggT(x, y) = 1$.
(a) Unter den Zahlen kleiner als 10, wie viele Zahlen davon sind zu 10 relativ prim?
(b) Dasselbe wie bei (a), nur für 12.
(c) Die Euler'sche ϕ-Funktion zählt die Zahlen die zu einer gegebenen Zahl relativ prim sind. So ist $\phi(2) = 1$, denn unter den (ganzen) Zahlen zwischen 1 und 2 ist es nur die 1, die zu 2 relativ prim ist. Aber $\phi(3) = 2$, denn 1 und 2 sind zu 3 relativ prim. Und auch $\phi(4) = 2$, denn von den Zahlen 1, 2 und 3 sind nur 1 und 3 zu 4 relativ prim. Und $\phi(5) = 4$, warum? Finde auch $\phi(6)$, $\phi(7)$ und $\phi(8)$.
(d) Zeige Folgendes: Wenn X eine Primzahl ist, dann ist $\phi(X) = X - 1$. Nimm zuerst einige Beispiele, wie $\phi(7)$, $\phi(11)$, $\phi(13)$, $\phi(17)\ldots$, aber auch die von den Primzahlen bei (c).

[2] ϕ ist ein griechischer Buchstabe, ausgesprochen *phi*.