

Hinweise und Antworten für Gruppe A der ersten SA 4B 2016-2107.

Aufgabe 1.

(2x2 Punkte)

Löse folgende Gleichungen nach X !

(a) $3 \cdot (8X - 1) - (8 - 2X) = 15$

(b) $3 \cdot (X - 1)^2 = (3X + 18)(X - 10)$

(a) Einfach: $X = 1$. (b) Links $3X^2 - 6X + 3$. Rechts $3X^2 - 12X - 180$. Die Gleichung wird also $6X = -183$.

Aufgabe 2.

(2 Punkte)

Gib die Definition von \sqrt{X} an!

Die Wurzel einer nicht-negativen Zahl x ist die nicht-negative Zahl y , sodass $y^2 = x$.

Aufgabe 3.

(2 Punkte)

Bringe den folgenden Term auf einen Nenner und vereinfache den Term!

$$\frac{4}{A^2 - 5A} - \frac{2A}{5A - 25} + \frac{2A - 10}{5A}$$

Schritt 1: Zuerst erweitern, der gemeinsame Nenner ist $5A(A - 5)$:

$$\frac{20}{5A(A - 5)} - \frac{2A^2}{5A(A - 5)} + \frac{(2A - 10)(A - 5)}{5A(A - 5)}$$

Schritt 2: Dann ausmultiplizieren und alles im Zähler zusammenrechnen, und 5 kürzen:

$$\frac{70 - 20A}{5A(A - 5)} = \frac{14 - 4A}{A(A - 5)}$$

Aufgabe 4.

(4 Punkte)

Kreuze an, welche der unterstehenden Aussagen richtig sind!

(1). Für alle reellen Zahlen x gilt $\sqrt{x^2} = x$.	<input type="checkbox"/>
(2). Wenn $x > 0$, dann ist $x^3 > 0$.	<input type="checkbox"/>
(3). Wenn $x < 0$, dann existiert $\sqrt[3]{x}$ nicht.	<input type="checkbox"/>
(4). Wenn $a > 0$, dann ist $\sqrt{9a^2} + \sqrt{4a^2} = 5 \cdot a$.	<input type="checkbox"/>
(5). Wenn x und y positiv sind, dann gilt $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$.	<input type="checkbox"/>

(1) Falsch. Nimm zB $x = -1$. (2) Stimmt. (3) Falsch, da zB $(-1)^3 = -1$ gilt $\sqrt[3]{-1} = -1$. (4) Stimmt. (5) Falsch. Nimm zB $x = 9$ und $y = 16$.

Aufgabe 5.(3 Punkte)

Für eine Taxifahrt zahlt man den Startbetrag von €3,50 und zusätzlich €1,10 pro gefahrene Kilometer. **Stelle** eine Formel für den Preis P einer Taxifahrt in Abhängigkeit der gefahrenen Kilometerzahl x auf und **berechne**, wie viele Kilometer man mit einem Taxi fahren kann, wenn man höchstens €10 ausgeben kann (oder möchte).

Formel: $P = 1,10 \cdot x + 3,50$. Berechnung $10 = 1,10 \cdot x + 3,50$. Somit $x = \frac{6,50}{1,10} = 5\frac{10}{11}$. Das sind also etwa 5km und 900m. Wenn die Abrechnung nur mit ganzen km geht, dann also nur 5km. Aber das ist nicht strikt notwendig.

Aufgabe 6.(2x2 Punkte)

Ein Rechteck hat Seitenlängen a und b . Gegeben ist, dass die Diagonale Länge $d = 10$ (cm) hat.

- (a) Wenn a gegeben ist, kann man b ausrechnen. Gib eine Formel, die b in a ausdrückt.
(b) Was sind a und b , wenn $a : b = 5 : 2$?

Aus $10^2 = a^2 + b^2$ folgt dann $b^2 = 100 - a^2$ also $b = \sqrt{100 - a^2}$. Achtung, das ist nicht dasselbe wie $10 - a$!

Wenn $a : b = 5 : 2$, dann können wir schreiben $a = 5x$ und $b = 2x$ - dieser Trick ist allgemein, hatten wir schon im letzten Jahr und ist auch noch wichtig! Wir setzen dann ein $100 = (5x)^2 + (2x)^2 = 29x^2$. Also $x = \sqrt{\frac{100}{29}}$. Dann a und b damit ausrechnen.

Aufgabe 7.(3 Punkte)

Das Preisgeld bei einem Wettbewerb beträgt insgesamt €10.000 und wird auf die besten drei TeilnehmerInnen verteilt.

Dabei ist der erste Preis dreimal so viel wie der zweite Platz.

Der dritte Preis ist um €2000 weniger als der zweite Preis.

Berechne, wie viel für jeden Preis ausgezahlt wird.

Nimm zum Beispiel den dritten Preis X . Dann zweiter Preis ist $X + 2000$. Dann erster Preis ist $3(X + 2000) = 3X + 6000$. Die Summe $X + X + 2000 + 3X + 6000$ muss 10.000 sein. Also $X = 400$. Der Rest ist einfach.

Aufgabe 8.(2 Punkte)

Beurteile, ob die folgende Aussage richtig oder falsch ist, und begründe kurz deine Meinung!

$$A < B \Rightarrow A^2 < B^2$$

Die Aussage ist falsch. Nimm zum Beispiel $A = -1$ und $B = 0$.

Hinweise und Antworten für Gruppe B der ersten SA 4B 2016-2017.

Aufgabe 1.

(2x2 Punkte)

Löse folgende Gleichungen nach X !

(a) $8 \cdot (3X - 1) - (8X - 3) = 15$

(b) $3 \cdot (X + 1)^2 = (3X + 18)(X - 5)$

(a) Einfach: $X = 1\frac{1}{4}$. (b) Links $3(X + 1)^2 = 3X^2 + 6X + 3$. Rechts $3X^2 + 3X - 90$. Daher $X = -31$.

Aufgabe 2.

(2 Punkte)

Gib die Definition von $\sqrt[3]{X}$ an!

Die reelle Zahl Y ist die Kubikwurzel von X (geschrieben $\sqrt[3]{X}$) falls $Y^3 = X$.

Bemerkung: Sie existiert für alle reellen X und ist eindeutig.

Aufgabe 3.

(2 Punkte)

Bringe den folgenden Term auf einen Nenner und vereinfache den Term!

$$\frac{A^2}{A^2 + 7A} - \frac{A}{7A + 49} - \frac{6A - 10}{7A}$$

Erster Schritt: Erweitern, gemeinsamer Nenner ist $7A(A + 7)$:

$$\frac{7A^2}{7A(A + 7)} - \frac{A^2}{7A(A + 7)} - \frac{(6A - 10)(A + 7)}{7A}$$

Dann ausmultiplizieren und alles im Zähler zusammenrechnen:

$$\frac{70 - 32A}{7A}$$

Aufgabe 4.

(4 Punkte)

Kreuze an, welche der unterstehenden Aussagen richtig sind!

(1). Für alle reellen Zahlen x gilt $\sqrt{x} < x$.	<input type="checkbox"/>
(2). Wenn $x > 0$, dann ist $x^3 > 0$.	<input type="checkbox"/>
(3). Die Wurzel einer negativen Zahl ist negativ.	<input type="checkbox"/>
(4). Wenn $a > 0$, dann ist $\sqrt{16a^2} - \sqrt{\frac{1}{4}a^2} = 3,5 \cdot a$.	<input type="checkbox"/>
(5). Wenn x und y positiv sind, dann gilt $\sqrt{x \cdot y} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$.	<input type="checkbox"/>

(1) Falsch. Nimm irgendeine Zahl $x \in [0; 1]$. (2) Stimmt. (3) Falsch. Existiert nicht. (4) Stimmt. (5) Stimmt.

Aufgabe 5.(3 Punkte)

Bei einer Taxifirma sind die ersten 5 Kilometer gratis. Ab dem 5. Kilometer zahlt man €1,50 pro gefahrenen Kilometer. **Stelle** eine Formel für den Preis P einer Taxifahrt in Abhängigkeit der gefahrenen Kilometerzahl x (mit $x > 5$) auf und **berechne**, wie viele Kilometer man mit einem Taxi fahren kann, wenn man höchstens €10 ausgeben kann (oder möchte).

Formel: $P = 1,5 \cdot (x - 5) = 1,5 \cdot x - 7,5$. Die ersten 5 km hätten ja 7,50 gekostet, sie sind aber gratis.

Berechnung: $1,5x - 7,5 = 10$ also $1,5x = 17,5$. Somit $x = 35/3 = 11\frac{2}{3}$. Wenn man nur ganze km fahren kann, dann kann man nur 11km fahren. Die Abrechnung kann auch pro 100m sein.

Aufgabe 6.(2x2 Punkte)

Ein Rechteck hat Seitenlängen a und b . Gegeben ist, dass der Umfang $U = 20$ (cm) beträgt.

- (a) Wenn a gegeben ist, kann man b ausrechnen. Gib eine Formel, die b in a ausdrückt.
- (b) Berechne die Länge der Diagonale des Rechtecks, wenn bekannt ist, dass $a : b = 3 : 2$!

Da $U = 2(a + b)$. Somit ist $a + b = 10$ und daher $b = 10 - a$.

Wenn $a = 1,5 \cdot b$ und $a + b = 10$, dann $a = 6$ und $b = 4$. (Zeige das selbst!) Die Diagonale $d = \sqrt{a^2 + b^2}$ ist somit $d = \sqrt{52}$.

Aufgabe 7.(3 Punkte)

Das Preisgeld bei einem Wettbewerb beträgt insgesamt €29.216 und wird auf die besten drei TeilnehmerInnen verteilt.

Dabei ist der erste Preis viermal so viel wie der zweite Platz.

Der dritte Preis ist um €1000 weniger als der zweite Preis.

Berechne, wie viel für jeden Preis ausgezahlt wird.

Nenne den zweiten Preis X . Dann erster Preis $4X$. Dritter Preis $X - 1000$. Die Summe $4X + X + X - 1000 = 29.216$. Also $6X = 30.216$. Daher $X = 5036$. Rest ist einfach.

Aufgabe 8.(2 Punkte)

Beurteile, ob die folgende Aussage richtig oder falsch ist, und begründe kurz deine Meinung!

$$A < B \Rightarrow |A| < |B|$$

Die Aussage ist falsch. Nimm als Beispiel die Zahlen $A = -3$ und $B = 0$.