Zweite „Schularbeit“ Mathematik 8. Klasse
Kompetenzmessung mit Grundkompetenzen
am 13. Jänner 2017

KORREKTURVERSION: ______________________________

Aufgabe 1. (1P) **Mengen und Zahlen – AG 1.1**.

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Die Quadratwurzel jeder natürlichen Zahl ist eine rationale Zahl.	☐
Jede ganze Zahl ist eine natürliche Zahl.	☐
Es gibt eine kleinste rationale Zahl.	☐
Jede natürliche Zahl kann als Bruch in der Form $\frac{a}{b}$ mit $a \in \mathbb{Z}$ und $b \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ dargestellt werden.	☒
Das Produkt zweier irrationaler Zahlen kann eine natürliche Zahl sein.	☒

Ad 1. $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, und so weiter sind alle Beispiele von irrationalen Zahlen.
Ad 2. Die Zahl -1 ist eine ganze Zahl, aber nicht eine natürliche.
Ad 3. Betrachte die Reihe $0, -1, -2, -3, -4, \ldots$. Es ist klar, dass diese Reihe nach unten unbeschränkt ist, somit gibt es keine kleinste Zahl.
Ad 4. Nimm zB $2 = \frac{2}{1}$, oder $3 = \frac{120}{4}$. In der Angabe steht fast die Definition einer Bruchzahl, aber da jede natürliche auch eine Bruchzahl ist, ist die Aussage richtig.
Ad 5. Beispiele sind zB $\sqrt{2}\sqrt{2} = 2$, oder $\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} = 1$.

Diese Aufgabe wurde von 11 von 16 richtig gelöst.

Aufgabe 2. (1P) **Quadratische Gleichungen – AG 2.3**.

Gegeben ist die quadratische Gleichung $x^2 + 2x + q = 0$.

Bestimmen Sie denjenigen Wert für q, für den die Gleichung die Lösungsmenge $L = \{-7; 5\}$ hat.

Hier gibt es eine Fülle an Methoden, wähle dir selbst eine, und studiere sie richtig:
(1) Linearfaktorzerlegung: $x^2 + 2x + q = (x + 7)(x - 5)$ ausmultiplizieren ergibt $q = -35$.
(2) Einsetzen einer Lösung, zB $x = 5$: $5^2 + 2 \cdot 5 + q = 0$, also $25 + q = 0$.
(3) Mit der Lösungsformel: Aus $x_\pm = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ sieht man, dass $x_+ - x_- = \frac{\sqrt{b^2-4ac}}{a}$, da aber $a = 1$ und $b = 2$ und $c = q$ gilt also $5 - -7 = \sqrt{4 - 4q}$, daher $12^2 = 4 - 4q$, also $q = -35$.

Lösungsquote: 11 von 16.

Aufgabe 3. (1P). **Arbeit und Geld – AG 2.5**.

Wenn Sabine bei einer Familie in der Nachbarschaft 3 Stunden die Kinder beaufsichtigt und 2 Stunden bei der Gartenarbeit hilft, bekommt sie €44. Wenn sie die Kinder 6 Stunden lang beaufsichtigt und b Stunden im Garten hilft, bekommt sie €c. Der Stundenlohn für die Betreuung der Kinder beträgt €x und der Stundenlohn für die Gartenarbeit beträgt €y.

Stelle ein Gleichungssystem auf, aus dem x und y berechnet werden können, und gib an, für welche Werte von b und c das Gleichungssystem nicht eindeutig lösbar ist.

Antwort:

Gleichungen:

$$3x + 2y = 44\,, \quad 6x + by = c$$

Dieses System ist nicht eindeutig lösbar, wenn $b = 4$ und $c = 88$, denn dann sind die Gleichungen Vielfache von einander, und somit gibt es dann unendlich viele Lösungen.
So ein System kann man sich als Geraden gut darstellen: Wenn die Normalvektoren $(3|2)$ und $(6|b)$ parallel sind, sind die Geraden parallel. Dann gibt es entweder keine Lösung – Geraden schneiden sich nicht – oder unendlich viele –Geraden fallen zusammen. Die Normalvektoren sind parallel wenn $b = 4$ und die Geraden sind gleich, wenn dann auch noch $c = 88$.

Lösungsquote: 3 von 16!

Aufgabe 4. (1P) **Energiesparlampen – AG 3.1.**

Ein Händler handelt mit 7 verschiedenen Typen von Energiesparlampen. In der Buchhaltung verwendet er folgende 7-dimensionale Vektoren, wobei sich die Werte in den Vektoren auf einen bestimmten Tag beziehen:

- Lagerhaltungsvektor $\mathbf{L_1}$ für Lager 1 zu Beginn des Tages.
- Lagerhaltungsvektor $\mathbf{L_2}$ für Lager 2 zu Beginn des Tages.
- Vektor $\mathbf{P}$ der Verkaufspreise.
- Vektor $\mathbf{B}$, der die Anzahl der an diesem Tag ausgelieferten Lampen angibt.

Geben Sie die Bedeutung des Ausdrucks $(\mathbf{L_1} + \mathbf{L_2} - \mathbf{B}) \cdot \mathbf{P}$ in diesem Zusammenhang an!

Der Ausdruck gibt den Verkaufswert der nach einem Tag noch in den beiden Lagern vorhandenen Produkte.

Lösungsquote: 14 von 16.

Aufgabe 5. (1P) **Geraden – AG 3.4**.

Gegeben sind die Geraden $g: \quad x - 2y = 4$ und $h: \quad \vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$.

Ergänzen Sie durch Ankreuzen den folgenden Text so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Die Geraden g und h sind _____①_____, weil_____②_____ .

①	
identisch	☐
zu einander parallel	☐
zu einander normal	☒

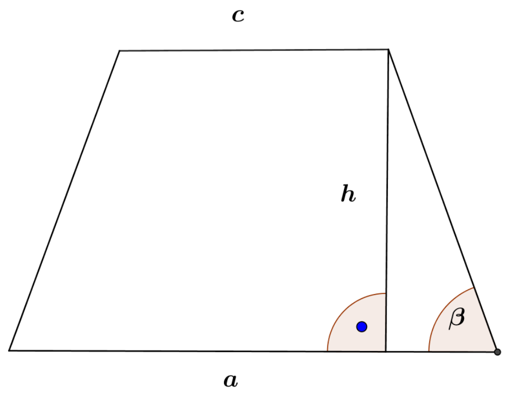
②	
ihre Normalvektoren zueinander parallel sind	☐
ihre Richtungsvektoren zueinander normal sind	☒
sie zwei gemeinsame Punkte besitzen	☐

Der Normalvektor von g ist dem Richtungsvektor von h gleich. g und h stehen somit normal aufeinander. Der Richtungsvektor von g steht normal auf dem Normalvektor von g, also auch normal auf dem RIchtungsvektor von h.

Lösungsquote: 15 von 16.

Aufgabe 6. (1P) **Trapez – AG 4.1**.

Von dem in der Skizze dargestellten, gleichschenkligen Trapez sind die Längen der Seiten a, c und der Höhe h gegeben.



Geben Sie unter Verwendung von a, c und h eine Formel für die Berechnung des Winkels β an!

Formel: $\tan(\beta) = \frac{2h}{a-c}$ oder $\beta = \tan^{-1}(\frac{2h}{a-c})$.

Das rechtwinklige Dreieck, in das der Winkel β eingezeichnet ist, hat Kathetenlängen h und $\frac{a-c}{2}$. Die meisten haben das Dividieren durch 2 vergessen. Somit

$$\tan(\beta) = \frac{h}{\frac{a-c}{2}} = \frac{2h}{a-c}\,.$$

Lösungsquote: 5 von 16!

Aufgabe 7. (1P) **Funktionen aus Formeln – FA 1.2**.

Gegeben ist die Formel

$$p = \frac{q^2 t}{5s}$$

mit $p, q, s, t \in \mathbb{R}^+$. Aus dieser Formel können verschiedene funktionale Zusammenhänge herausgelesen werden. Betrachten wir diese drei Funktionen:

$p = f(q)$, wobei s und t konstant sind;

$s = g(p)$, wobei q und t konstant sind;

$t = h(s)$, wobei p und q konstant sind.

Kreuzen Sie die zwei zutreffenden Aussagen an!

f ist eine lineare Funktion.	☐
f ist eine quadratische Funktion.	☒
Der Graph von g ist Teil einer Hyperbel.	☒
Der Graph von h ist Teil einer Parabel.	☐
g beschreibt eine direkte Proportionalität.	☐

Ausschreiben:
$p = \frac{t}{5s} \cdot q^2$, $p = f(q)$ ist also eine quadratische Funktion.
$s = \frac{q^2 t}{5p}$ somit ist $s = g(p)$ eine indirekte Proportionalität.
$t = \frac{5p}{q^2} \cdot s$, somit is h eine lineare Funktion.

Lösungsquote: 12 von 16.

Aufgabe 8. (1P) **Proportionalitäten – FA 3.4**.

Gegeben ist eine Funktion mit der Funktionsgleichung $f(x) = a \cdot x^z + b$, wobei $z \in \mathbb{Z}$ und $a, b \in \mathbb{R}$. Welche Werte müssen die Parameter b und z annehmen, damit f eine indirekte Proportionalität beschreibt?

Tragen Sie die entsprechenden Werte ein!

$b = 0\,,$ $\qquad z = -1\,.$

In der Aufgabe steht, dass Werte gegeben werden müssen, dass sind also konkrete Zahlen.
Eine Indirekte Proportionalität ist eine Funktion von der Form $f(x) = \frac{k}{x}$, wobei k eine reelle Zahl ist. Man schließt gerne die Möglichkeit $k = 0$ aus, tut man aber so wie hier in der Angabe nicht immer. Die Funktion $f(x) = 0$ ist nicht relevant, wenn es um die Einteilung geht.
Achtung: Funktionen wie $f(x) = \frac{2}{x} + 3$, oder $f(x) = \frac{3}{x-5}$ sein keine indirekten Proportionalitäten, obwohl ihre Graphen sehr wohl Hyperbel sind

Lösungsquote: 7 von 16!

Aufgabe 9. (1P) **Polynome von Grad 4 – FA 4.4**.

Gegeben sind vier Aussagen über Polynome von Grad 4.

Kreuzen Sie die beiden richtigen Aussagen an!

Jedes Polynom von Grad vier hat mindestens eine Nullstelle.	☐
Jedes Polynom von Grad vier hat mindestens eine Extremstelle.	☒
Jedes Polynom von Grad vier hat mindestens eine Wendestelle.	☐
Ein Polynom von Grad vier hat höchstens vier Nullstellen.	☒
Ein Polynom von Grad vier hat höchstens eine Wendestelle.	☐

Ad 1. Betrachte $f(x) = x^4 + 1$.
Ad 2. Die Ableitung ist ein Polynom von Grad 3, und ein Polynom von ungeradem Grad hat immer eine Nullstelle. Argument mit Beispiel: $x^3 + ax^2 + bx + c$, wobei a, b und c reelle Zahlen sind, hat folgende „Grenzwerte"

$$\lim_{x\to+\infty}(x^3 + ax^2 + bx + c) = \lim_{x\to+\infty} x^3 = +\infty$$

und

$$\lim_{x\to-\infty}(x^3 + ax^2 + bx + c) = \lim_{x\to-\infty} x^3 = -\infty$$

weil die dritte Potenz auf Dauer von den anderen Potenzen gewinnt. Da ein Polynom auch stetig ist, muss irgendwo die x-Achse durch den Graphen gekreuzt werden, also gibt es eine Nullstelle.
Ad 3. Das Polynom $f(x) = x^4$ hat keine Wendestelle, denn bei $x = 0$ ist zwar die zweite Ableitung Null, aber da $f''(x) = 12x^2$ ist die Krümmung immer links, im Besonderen ist f'' niemals negativ.
Ad 4. Klar richtig.
Ad 5. Da $f''(x)$ Grad zwei hat, gibt es höchstens zwei. Und ja, $f(x) = (x^2 - 1)^2$ hat auch genau zwei. (Mit GeoGebra oder Google kontrollieren!)

Lösungsquote: 10 von 16.

Aufgabe 10. (1P) **Funktionstypen – FA 5.4**.

Gegeben ist die Funktion g mit der Funktionsgleichung $g(x) = a^x$, mit $a \in \mathbb{R}^+$.

Vervollständigen Sie den Satz durch Ankreuzen der richtigen Textbausteine so, dass er mathematisch korrekt ist.

Die Funktion g ist eine ______①______, und es gilt ______②______.

①	
lineare Funktion	☐
quadratische Funktion	☐
Exponentialfunktion	☒

②	
$g(x+2) = g(x) \cdot 2a$	☐
$g(x+2) = g(x) \cdot a^2$	☒
$g(x+2) = g(x) + 2a$	☐

Laut Definition eine Exponentialfunktion und $g(x+2) = a^{x+2} = a^x \cdot a^2 = g(x) \cdot a^2$.

Lösungsquote: 13 von 16.

Aufgabe 11. (1P). **Radioaktivität – FA 5.5**.

Radioaktive Substanzen zerfallen exponentiell mit einer gewissen Halbwertszeit τ. Die Aktivität oder Zerfallsrate einer radioaktiven Stoffmenge ist die Anzahl der Kernzerfälle pro Zeiteinheit, und auch sie nimmt exponentiell mit Halbwertszeit τ ab. Die Einheit für die Aktivität ist Becquerel (Bq), benannt nach dem französischen Physiker und Entdecker der Radioaktivität Henri Becquerel. 1 Bq entspricht einem Zerfall pro Sekunde. Iod-131 hat eine Halbwertszeit von $\tau = 8$ Tagen. Eine bestimmte Menge dieser Substanz hat eine Aktivität von 48 kBq.

Ergänzen Sie durch Ankreuzen so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht.
Die Aktivität _____①_____, weil _____②_____.

①	
ist nach 16 Tagen praktisch Null	☐
ist nach 24 Tagen auf 6 kBq gesunken	☒
nimmt pro Tag um 3 kBq ab	☐

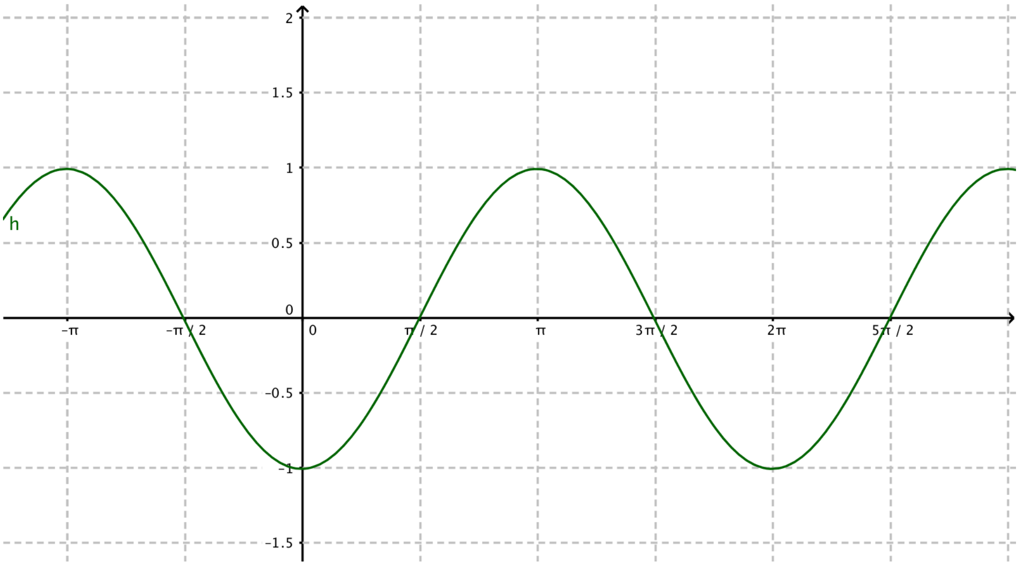
②	
dann drei Halbwertszeiten vergangen sind	☒
eine Abnahme um 24 kBq innerhalb von 8 Tagen eine gleichmäßige Abnahme von 3 kBq pro Tag bedeutet	☐
die Abnahme pro Halbwertszeit 24 kBq beträgt.	☐

Begründung: Nach 8 Tagen ist die Aktivität also noch 24 Bq, nach 16 Tagen nur noch 12 Bq, und nach 24 Tagen ist sie auf 6 Bq gesunken.
Achung: Die Aktivität nimmt EXPONENTIELL ab, nicht linear!

Lösungsquote: 11 von 16.

Aufgabe 12. (1P) **Periodische Funktionen und Graphen – FA 6.1**.

Im Diagramm ist der Graph einer periodischen Funktion dargestellt.



Kreuzen Sie an, zu welcher Funktionsgleichung der dargestellte Graph passt.

☐	$f(x) = \sin(x)$	☐	$f(x) = \sin(x + \pi)$	☐	$f(x) = \sin(x + \frac{\pi}{2})$
☒	$f(x) = \sin(x - \frac{\pi}{2})$	☐	$f(x) = \sin(x - \pi)$	☐	$f(x) = -\sin(x)$

Grundwissen: $\sin(x + \pi) = -\sin(x)$ und darum auch $\sin(x - \pi) = \sin(x + \pi - 2\pi) = \sin(x + \pi) = -\sin(x)$. Somit steht diese Option dreimal da. Und da $\sin(0) = 0$, kann diese Option niemal richtig sein. Bleiben noch zwei übrig: $\sin(x \pm \frac{\pi}{2})$. Nun, Null einsetzen ergibt: $\sin(\pm\frac{\pi}{2}) = \pm 1$, also muss es $\sin(x - \frac{\pi}{2})$ sein.
Fazit: Hier hätte man das Problem lösen können, indem man $x = 0$ einsetzt.

Lösungsquote: 10 von 16.

Aufgabe 13. (1P) **Sinusperioden – FA 6.3**.

Die Sinusfunktion $f_1(x) = a\sin(bx)$ habe Periode P_1.
Die Sinusfunktion $f_2(x) = 2a\sin(2bx)$ habe Periode P_2.

Bestimmen Sie den Wert des Verhältnis $\dfrac{P_2}{P_1}$!

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{2}\,. \qquad \text{(Antwort möglichst weit vereinfachen!)}$$

Methode (1) : $P_1 = \frac{2\pi}{b}$ und $P_2 = \frac{2\pi}{2b}$, also $P_2 : P_1 = \frac{2\pi}{2b} : \frac{2\pi}{b} = \frac{1}{2} : 1 = \frac{1}{2}$.
Methode (2): Die Frequenz von f_2 ist doppelt so groß wie die von f_1, also ist die Periode die Hälfte von der Periode von f_1, also $P_2 = \frac{1}{2}P_1$.

Lösungsquote: 7 von 16!

Aufgabe 14. (1P) **Sekante und Tangente – AN 1.2**.

Gegeben ist die Polynomfunktion $f(x) = 2x^3$. Die Sekante s durch die Punkte $(0|0)$ und $(1|2)$ hat Steigung 2.

Berechnen Sie, in welchen zwei Punkten P und Q die Tangente am Graphen von f parallel zur Sekante s ist.

$P = (-\frac{1}{\sqrt{3}}| -\frac{2}{3\sqrt{3}})$, $\qquad Q = (\frac{1}{\sqrt{3}}|\frac{2}{3\sqrt{3}}) = -P$

Gefragt ist x mit $f'(x) = 2$. Wir finden $f'(x) = 6x^2$, dies muss den Wert 2 haben, also $x = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$, und dann, um die Punkte zu bekommen, diese x-Werte in f einsetzen, nicht in f'.

Lösungsquote: 2 von 16!!!

Aufgabe 15. (1P) **Wirtschaftsmodell – AN 1.3**.

Ein Betrieb ist auf die Produktion einer bestimmten Ware spezialisiert. Die Funktion G mit

$$G(x) = -2x^2 + 28x - 80$$

beschreibt modellhaft die Höhe des täglichen Gewinns (in Geldeinheiten) in Abhängigkeit von der pro Tag erzeugten und verkauften Menge x (in Produktionseinheiten). Der derzeitige tägliche Produktionsumfang beträgt 8 Mengeneinheiten, man geht aber davon aus, dass täglich 10 Mengeneinheiten erzeugt und verkauft werden können.

Vervollständigen Sie durch Ankreuzen den folgenden Satz so, dass er mathematisch korrekt ist!

Wenn man den aktuellen Produktionsumfang von 8 Mengeneinheiten (geringfügig) erhöht, wird der Gewinn _____①_____, zumal der Wert der Ableitungsfunktion von G an der Stelle 8 _____②_____ annimmt.

①	
sinken	☒
gleich bleiben	☐
steigen	☐

②	
einen negativen Wert	☒
den Wert Null	☐
einen positiven Wert	☐

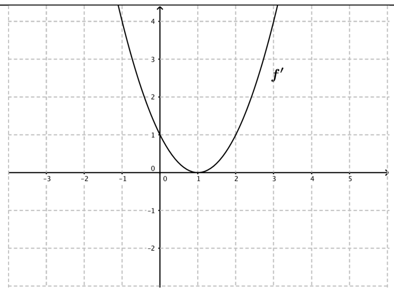
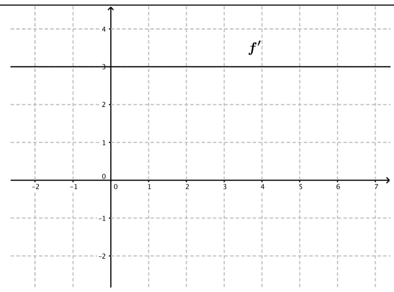
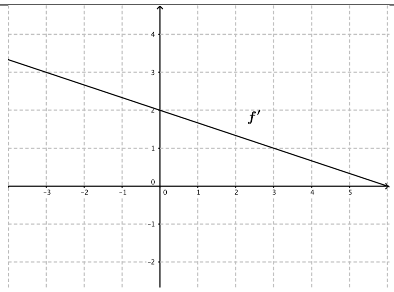
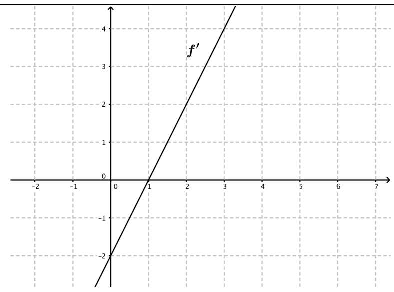
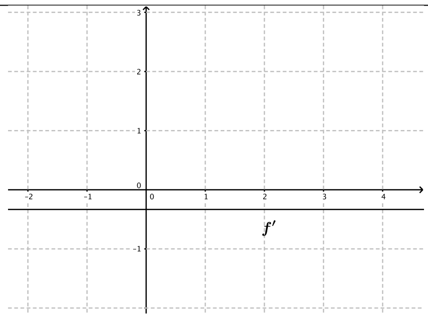
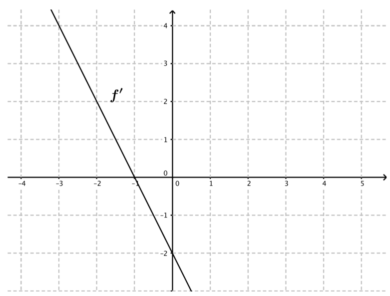
$G'(x) = -4x + 28$, also $G'(8) = -4 < 0$.

Lösungsquote: 13 von 15.

Aufgabe 16. (1P) **Graphen von Ableitungen – AN 3.2**.

Im Folgenden sind Funktionsgleichungen sowie Graphen von Ableitungsfunktionen gegeben. Ordnen Sie der Funktion aus der linken Tabelle den passenden Graphen ihrer Ableitungsfunktion zu!

Funktionen			
$f(x) = \dfrac{6-x}{3}$	C	$f(x) = (x-1)^2$	E
$f(x) = \dfrac{(x-1)^3}{3}$	C	$f(x) = -(x+1)^2$	F

Graphen der Ableitungen			
A		D	
B		E	
C		F	

Differenzieren, und dann den Graphen suchen!
Lösungsquote: 10 von 16.

Aufgabe 17. (1P) **Lokale Extremstelle – AN 3.3**.

Es sei p eine lokale Extremstelle einer Polynomfunktion f von Grad > 2.

Kreuzen Sie die zwei mit Sicherheit zutreffenden Aussagen an!

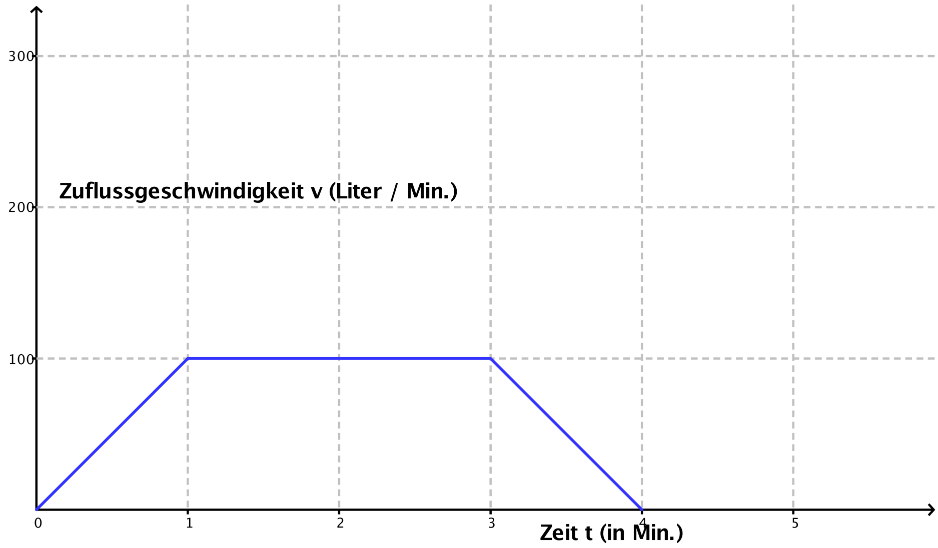
Es gilt $f'(p) = f''(p)$.	☐
Das Monotonieverhalten der Funktion f ändert sich an der Stelle p.	☒
$f''(p) > 0$ oder $f''(p) < 0$.	☐
Der Punkt $(p\|0)$ liegt auf dem Graphen von f'.	☒
Das Monotonieverhalten der Ableitungsfunktion f' ändert sich an der Stelle p.	☐

Ad 1. Muss nicht, betrachte $f(x) = x^3 - 3x$, dann $f'(x) = 3(x^2 - 1)$, aber $f''(x) = 6x$ und sind also niemals gleichzeitig Null.
Ad 2. Bei stetig differenzierbaren Funktionen muss das der Fall sein! Wenn sich das Monotonieverhalten nicht ändert, ist es keine Extremstelle!
Ad 3. Betrachte $f(x) = x^4$, hat ein Minimum bei $x = 0$, da ist aber auch $f'' = 0$ und $f''' = 0$.
Ad 4. Extremstelle muss auf jeden Fall $f'(x) = 0$ erfüllen, also $f'(p) = 0$.
Ad 5. Muss nicht, betrachte wieder $f(x) = x^4$. Da $f'' = 12x^2 \geq 0$ wird f' niemals das Monotonieverhalten ändern.

Lösungsquote: 3 von 16!!!

Aufgabe 18. (1P) **Tanken eines LKWs – AN 4.3.**

Der Tank eines LKWs wird mit Diesel gefüllt. Die Zuflussgeschwindigkeit des vier Minuten dauernden Tankvorgangs kann dem abgebildeten Graphen entnommen werden. Im Tank befinden sich zu Beginn bereits 100 Liter Diesel.



Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Nach der ersten Minute bliebt die Dieselmenge im Tank zwei Minuten lang unverändert.	☐
$\int_0^1 v(t)\mathrm{d}t = \int_3^4 v(t)\mathrm{d}t$	☒
Nach 4 Minuten befinden sich 400 Liter im Tank.	☒
$\int_0^4 v(t)\mathrm{d}t = 400$	☐
Die Dieselmenge im Tank nimmt nach der dritten Minute ab.	☐

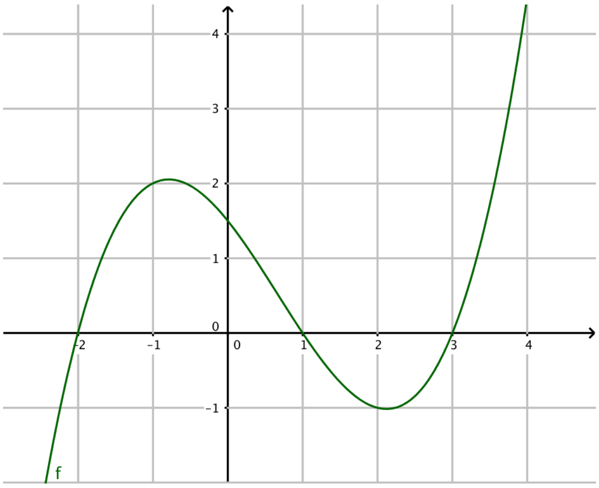
Die Fläche unter dem Graphen ist 300 (Liter). Es gab schon 100 Liter im Tank, somit ist das Endvolumen 400 Liter. Man sieht im Graphen

$\int_0^1 v(t)\mathrm{d}t = 50, \quad \int_3^4 v(t)\mathrm{d}t = 50, \quad \int_1^3 v(t)\mathrm{d}t = 200.$

Lösungsquote: 12 von 16.

Aufgabe 19. (1P) **Fläche und Integral – AN 4.3**.

Im untenstehenden Bild sehen Sie den Graphen eine Funktion f mit Nullstellen bei $x = -2$, $x = 1$ und $x = 3$. Der Graph der Funktion f und die erste Achse schließen eine Fläche ein, die aus zwei nicht zusammenhängenden Flächenstücken besteht.



Geben Sie einen Integralausdruck für die Gesamtfläche, die vom Graphen von f und von der ersten Achse eingeschlossen wird.

Gesamtfläche :

$$\int_{-2}^{3} |f(x)\mathrm{d}x = \int_{-2}^{1} f(x)\mathrm{d}x - \int_{1}^{3} f(x)\mathrm{d}x = \int_{-2}^{1} f(x)\mathrm{d}x| \int_{1}^{3} f(x)\mathrm{d}x| \,.$$

Lösungsquote: 11 von 16.

Aufgabe 20. (1P) **Klimatabelle – WS 1.3**.

Gegeben ist eine Klimatabelle für Vilnius, Litauen. Sie enthält für jeden Monat die durchschnittliche Anzahl der täglichen Sonnenstunden und die durchschnittliche Anzahl der Regentage. Alle diese Angaben basieren auf langjährigen Beobachtungen.

	Jan	Feb	Mär	Apr	Mai	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dez
Sonnenstunden	1	2	5	7	9	9	9	8	6	3	1	1
Regentage	19	15	12	13	12	13	14	15	16	16	17	18

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Die Spannweite der Regentage beträgt 19.	☐
Durchschnittlich gibt es etwa 7 Sonnenstunden pro Tag.	☐
Der Median der Regentage pro Monat beträgt 15.	⊠
Der Modus der täglichen Sonnenstunden ist nicht eindeutig.	⊠
Das Maximum der täglichen Sonnenstunden beträgt 9.	⊠

Ad 1. Spannweite ist $19 - 12 = 7$.
Ad 2. Berechnung. Stimmt nicht.
Ad 3. Reihe ordnen.
Ad 4. Die Werte 1 und 9 kommen beide dreimal vor.
Ad 5. 9 ist die größte Zahl in der gegebenen Liste. Achtung: Das Maximum ist auch ein statistischer Begriff und bezieht sich auf eine Datenliste, nicht auf die Möglichkeit, dass es mal einen Tag geben könnte mit mehr Sonnenstunden.

Lösungsquote: 6 von 16.

Aufgabe 21. (1P) **Glücksspiel Lotto – WS 2.4**.

Beim Glücksspiel „Lotto“ kreuzen TeilnehmerInnen 6 von 45 Zahlen an und hoffen dabei, dass die von ihnen ausgewählten Zahlen genau die sind, die im Rahmen der öffentlichen Ziehung als Gewinnzahlen ermittelt werden.

Geben Sie an, wie viele Möglichkeiten es gibt, von den 45 Zahlen 6 auszuwählen.

Antwort: $\binom{45}{6} = 8145060$

Lösungsquote: 14 von 16.

Aufgabe 22. (1P) **Zusammengesetze Wahrscheinlichkeiten – WS 2.3**.

Eine Untersuchung über das Fernsehverhalten von Schülern und Schülerinnen kam zu folgendem Ergebnis: 76% der SchülerInnen aus dem Burgenland (100 Befragte), 82% der SchülerInnen aus Niederösterreich (150 Befragte) und 67% der SchülerInnen aus Wien (250 Befragte) sehen täglich zwei oder mehr Stunden fern.

Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit p, mit der einer der befragten Jugendlichen täglich zwei oder mehr Stunden fernsieht!

$p = 0,733$

Die Wahrscheinlichkeit, der Befragte ist aus Bgld: $\frac{100}{500}$.
Die Wahrscheinlichkeit, der Befragte ist aus NÖ: $\frac{150}{500}$.
Die Wahrscheinlichkeit, der Befragte ist aus W: $\frac{250}{500}$.
Zusammensetzen: $p = 0,76 \cdot \frac{100}{500} + 0,82 \cdot \frac{150}{500} + 0,67 \cdot \frac{250}{500}$.

Lösungsquote: 12 von 16.

Aufgabe 23. (1P) **Planlose Gewinnspiele – WS 3.2**.

Ein Einrichtungshaus veranstaltet ein Gewinnspiel, bei bei dem fünf Fragen mit je vier Auswahlmöglichkeiten zu beantworten sind. Jeweils eine dieser Auswahlmöglichkeiten ist richtig. Familie Planlos kreuzt zufällig an. Sei X die Anzahl der richtig angekreuzten Fragen. Welche Werte kann die Zufallsvariable X annehmen?

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

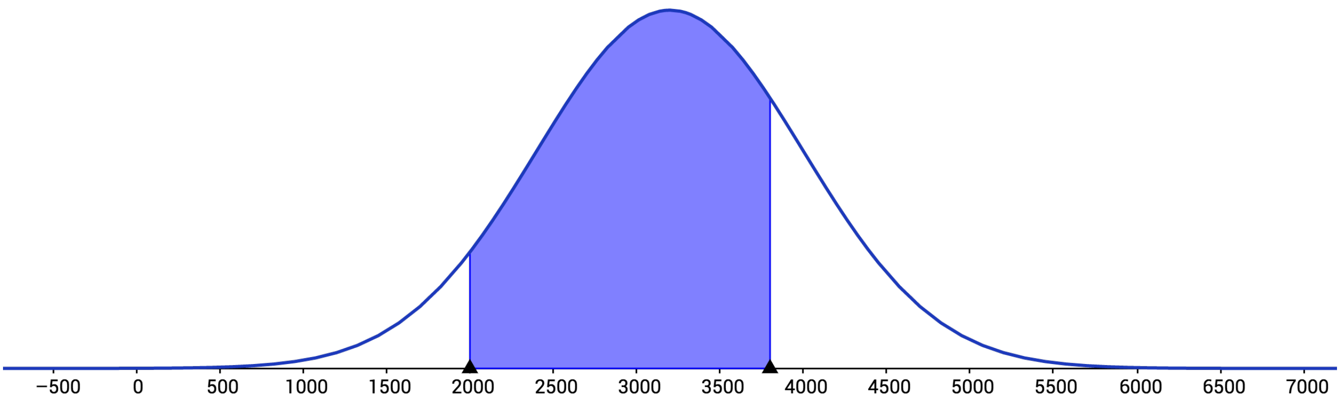
X kann jede natürliche Zahl größer als 0 und kleiner als 5 annehmen.	☐
X kann nur die Werte 0 und 5 annehmen.	☐
X kann alle reellen Zahlen x mit $0 \leq x \leq 5$ annehmen.	☐
X kann alle ganzen Zahlen x mit $0 \leq x \leq 5$ annehmen.	☒
X kann die Werte der Menge $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ annehmen.	☒

Ad 1. Jede Zahl größer als 0 und kleiner als 5; das sind die Zahlen 1, 2, 3 und 4.
Ad 2. Klar unsinnig.
Ad 3. Versuche mal $\sqrt{3}$ richtige Antworten anzukreuzen!
Ad 4 und 5: Diese Möglichkeiten ergeben dieselbe Menge.

Lösungsquote: 15 von 16.

Aufgabe 24. (1P) **Neugeborene – WS 3.4**.

Das Gewicht von neugeborenen Kindern ist annähernd normalverteilt mit Erwartungswert $\mu =$ 3200 Gramm und $\sigma = 800$ Gramm. Der Graph der Dichtefunktion der Normalverteilung mit $\mu = 3200$ Gramm und $\sigma = 800$ Gramm ist im untenstehenden Bild dargestellt. Der Flächeninhalt der gefärbten Fläche beträgt $A = 0,7066$.



Interpretieren Sie den Wert $A = 0,7066$ in diesem Kontext!

Antwort:

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein neugeborenes Kind ein Gewicht zwischen 2000 und ca. 3750 Gramm hat, beträgt 70,66%.
Mit dem Gesetz der großen Zahlen: Etwa 70,66% der neugeborenen Kinder hat ein Gewicht zwischen 2000 und ca. 3750 Gramm.

Lösungsquote: 11 von 16.

Die folgenden Aufgaben haben es nicht in die letzte Runde geschafft, sind aber trotzdem eine gute Übung!

Aufgabe 25. (1P) **Normalverteilung – WS 3.4**.

Eine Zufallsvariable X ist normalverteilt mit den Parametern $\mu = 180$ und $\sigma = 15$. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Zufallsvariable X vom Erwartungswert μ um höchstens $\varepsilon = 10$ abweicht!

$P(|X - \mu| \leq \epsilon) =$ ____________________________ .

Aufgabe 26. (1P) **Sicherheit! – AG 4.1**

Eine ausschiebbare Leiter hat eine maximale Länge von 8 Metern. Damit die Leiter nicht rutscht und stabil steht, muss die Leiter auf einer horizontalen Ebene stehen und darf der Winkel zwischen der horizontalen Ebene und der Leiter niemals mehr als 80 Grad und niemals weniger als 60 Grad sein.

Berechnen Sie die maximale Höhe, die mit dieser Leiter unter Berücksichtigung der Sicherheitsvorschriften erreicht werden kann!

Aufgabe 27. (1P) **Parallel Vektoren – AG 3.3**.

Gegeben sind die Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ und $\vec{e}$. Zwei dieser Vektoren sind parallel.

Kreuzen Sie die beiden Vektoren an, die parallel zu einander sind!

$\vec{a} = (2\|8\| - 4)$	☐
$\vec{b} = (4\|8\| - 2)$	☐
$\vec{c} = (-1\|4\|2)$	☐
$\vec{d} = (1\|4\|2)$	☐
$\vec{e} = (-10\| - 20\|5)$	☐