

Weihnachtsbescherung: Rechnen mit Variablen

DBW

Dezember 2017

Aufgabe 1. Vereinfache:

(a) $a + ab^2 + a \cdot 2a \cdot 2b + a \cdot (3b)^2 + (4ab)^2 - 2 \cdot \frac{a}{2}$

(b) $a \cdot 2a \cdot 3a \cdot 4a - (2a)^4$

(c) $x^2 - 2x - 3x \cdot 5x + \frac{x}{2} + \frac{x-x}{3} + x \cdot \frac{15}{4} - (2x+x) \cdot 3x$

(d) $y + y^2 + y^3 - 2y - (2y)^2 - 3y^2 + 4y + (4y)^2 + 4^2y + (4y)^2 + 4y^2$

Aufgabe 2. Benutze $A \cdot (B+C) = AB+AC$ und $A \cdot (B-C) = AB-AC$ um zu vereinfachen:

(a) $x \cdot (3x - 5) + 5 \cdot (3x - 2) + 3x \cdot (2x - 1)$

(b) $a \cdot (a + 1) + a \cdot (a + 2) + a \cdot (3a + 1)$

(c) $(a - 1) \cdot 2a + (a + 1) \cdot 2a + (2a)^2 - 3(a - 1) + 3(a + 1)$

(d) $(a - b)a^2 + b^2(a - b) + ab(a - b) + 3a(a + b)$

Aufgabe 3. Ergänze richtig!

(a) $5(3x - 2) + \dots = x$

(b) $x^4(x^2 + x^3) - x^5(x - \dots) = 7x^7$

(c) $(a^2 - 3a^3) + a \cdot (a + \dots) = \dots \cdot a^2 + 7a^3$

(d) $x(x + 2y) - y(2x - \dots) = x^2 - (2y)^2$

Aufgabe 4.

(a) Zeige, dass $(A+B)(C+D) = AC + AD + BC + BD$ stimmt, indem du zuerst für $(C+D)$ die neue Variable X schreibst, also $(A+B) \cdot X$ ausschreibst, und dann danach wieder für X den Term $(C+D)$ einsetzt.

(b) Nimm in der Formel $(A+B)(C+D) = AC + AD + BC + BD$ nun $C = A$ und $D = B$ und finde einen einfachen Term für $(A+B)^2$. (Antwort $A^2 + 2AB + B^2$).

(c) Ersetze jetzt überall B durch $-B$, bedenke, dass $(-B)^2 = B^2$ und zeige, dass $(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$.

(d) Nimm in der Formel $(A+B)(C+D) = AC + AD + BC + BD$ nun aber $C = A$ und $D = -B$ und zeige, dass $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$.

(e) Benutze diese letzte Formel, um das Kopfrechnen ab und zu zu vereinfachen: $15 \cdot 25 = (20-5)(20+5) = 20^2 - 5^2 = 400 - 25 = 375$. Finde du jetzt bitte mehrere Beispiele!

Keine Probeschularbeit

Aufgabe 5.

Kreuze an, welche der unterstehenden Aussagen richtig sind!

(1). Das Quadrat einer Zahl ist immer positiv.	<input type="checkbox"/>
(2). Das Quadrat einer Zahl ist immer größer als die Zahl selbst.	<input type="checkbox"/>
(3). Wenn $A < B$, dann auch $A^2 < B^2$.	<input type="checkbox"/>
(4). Nur für nichtnegative Zahlen ist Wurzelziehen die Umkehroperation von Quadrieren.	<input type="checkbox"/>
(5). Die Wurzel vom Quadrat eine Zahl ist der Betrag dieser Zahl.	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 6.

Kreuze an, welche der unterstehenden Aussagen richtig sind!

(1). Es gilt $A^3 > 0$ für alle Zahlen A .	<input type="checkbox"/>
(2). Wenn A positiv ist, dann $A = (\sqrt{A})^2$	<input type="checkbox"/>
(3). Wenn sich A verdoppelt, dann verdoppelt sich auch A^2 .	<input type="checkbox"/>
(4). Wenn A verdreifacht wird, so wird A^3 27-mal größer.	<input type="checkbox"/>
(5). $A + A^2 = 3A$.	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 7. Bringe in Gleitkommadarstellung!

(a) $1234 \cdot 10^{1234}$

(b) $10^7 + 10^9 + 10^8$

Aufgabe 8. Berechne richtig!

(a) $|5 + 6 \cdot |3 - 19| - 9 \cdot |2 - 4||$

(b) $|10^8 - (10^3 + 10^4)^2|$

Aufgabe 9. Was bedeutet $|A - B|$? Gib eine geometrische Definition an! Mache diese mit einigen Beispielen klar!

Aufgabe 10. Ein Atom ist ungefähr 10^{-10} Meter im Durchmesser; das ist also ein Zehnmilliardstel eines Meters. Ein Nanometer (nm) ist ein Milliardstel eines Meters, also $1nm = 10^{-9}m$.

(a) Wie viele Atome passen hinter einander in einen cm?

(b) Wie viel Nanometer ist der Durchmesser eines Atoms ungefähr?

- (c) Eine Astronomische Einheit (AE) ist die durchschnittliche Distanz zwischen Erde und Sonne, welche etwa 150 Millionen Kilometer beträgt. Wie viele Atome passen hintereinander in eine Astronomische Einheit?
- (d) Wie viele Atome bräuchte man etwa um ein cm^2 zu bedecken?
- (e) Wie viele Atome würden etwa in einen m^3 passen?
- (f) Die Masse eines Kohlenstoffatoms ist ungefähr $2 \cdot 10^{-26} = \frac{2}{10^{26}}$ Kilogramm. Wie viel Masse würde ein Kubikcentimeter vollgestopft mit Kohlenstoffatomen haben?

Aufgabe 11. Für welche Zahlen A gilt, dass $A^2 < A$ ist? Finde zuerst mal einige Beispiele!

Aufgabe 12. Ein Lichtjahr ist die Distanz, die das Licht in einem Jahr (im Vakuum) zurücklegt. Die Geschwindigkeit des Lichts im Vakuum beträgt etwa $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

- (a) Wie viel Kilometer ist ein Lichtjahr?
- (b) Wie viele Astronomische Einheiten ist ein Lichtjahr?
- (c) Der nächstgelegene Stern steht auf etwa 4,2 Lichtjahren. Wie lange bräuchte ein Raumschiff, das mit Zehntausend Kilometern pro Stunde fliegt, um diesen Stern zu erreichen?