

Erste Schularbeit Mathematik Klasse 3D am 20.11.2017

KORREKTURVORLAGE für GRUPPE A

Aufgabe 1.

Berechne (händisch) und gib das Ergebnis in Dezimaldarstellung, wie auch in Bruchform an!

(a) $\left(\frac{5}{4} - \frac{7}{12}\right) \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{12} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9} = 0,4\bar{4}$

(b) $(2 - 5 \cdot 7) : (64 - 7 \cdot 4 \cdot 3) = -33 : -20 = 1\frac{13}{20} = 1,65$

(c) $(3^2 - 2^3) \cdot (1 - 2 \cdot 3^2) = 1 \cdot -17 = -17$

Aufgabe 2.

Bestimme rechnerisch!

(a) $ggT(123, 75)$,

(b) die Primfaktorzerlegung von 234.

(a) 3, (b) $234 = 2 \cdot 117 = 2 \cdot 3 \cdot 39 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 13$.

Aufgabe 3.

(a) Berechne $3^3 + 4^4 + 5^5$.

(b) Begründe, dass für jede positive Zahl a gilt $(a^{12})^{23} = a^{276}$.

(c) Man dachte früher immer, die Anzahl der Sandkörner am Strand, und auch auf der ganzen Welt, sei unendlich. Ein Philosoph sagte dazu Folgendes: *Nimm am ersten Tag des Jahres einen Sandkorn weg vom Strand. Nimm am zweiten Tag des Jahres 10 Sandkörner weg vom Strand. Nimm am dritten Tag 100 Sandkörner weg vom Strand. So machst du weiter und nimmst jeden Tag zehnmal so viele Sandkörner weg vom Strand als am Tag davor. Und nach einem Jahr (365 Tagen) wird es noch immer Sand am Strand geben!* Die Zahl der Sandkörner, die man laut dem Philosophen vom Strand wegnehmen kann, musst du nicht aufschreiben. Beschreibe aber diese Zahl: Wie viele Ziffern hat sie und wie viele davon sind Einzer?

(a) $3^3 = 27$, $4^4 = 256$ und $5^5 = 25 \cdot 25 \cdot 5 = 3125$. Dann einfach addieren.

(b) $(a^{12})^{23}$ ist ein Produkt von 23 Exemplaren von a^{12} . Aber jedes Exemplar von a^{12} ist ein Produkt von 12 Exemplaren von a . Also ist $(a^{12})^{23}$ ein Produkt von insgesamt $12 \cdot 23$ Exemplaren von a . Dies war zu beweisen.

(c) Achte auf Folgendes: $1 + 10 = 11$, also nach zwei Tagen zwei Einser. Nach drei Tagen $1 + 10 + 100 = 111$, also drei Einser. Und so weiter: Die Zahl schreiben wir mit 3652 Ziffern und alle sind Einser.

Aufgabe 4.

Kreuze an, welche beide der unterstehenden Aussagen richtig sind!

(1). Die Gegenzahl von X ist $-X$.	<input checked="" type="checkbox"/>
(2). Der Kehrwert von 3^3 ist ein Sechstel.	<input type="checkbox"/>
(3). Wenn $A < B$, dann gilt auch $-A < -B$.	<input type="checkbox"/>
(4). Das Produkt $kgV(1234, 5678) \cdot ggT(1234, 5678)$ ist durch 1234 teilbar.	<input checked="" type="checkbox"/>
(5). $-2 \cdot A < 2 \cdot A$ für alle ganze Zahlen A .	<input type="checkbox"/>

Bemerkungen: (3) ist eindeutig falsch, denn mit -1 multiplizieren dreht die Ordnung um. (4) Es gilt $kgV(A, B) \cdot ggT(A, B) = A \cdot B$, und das Produkt aus A und B ist sowohl durch A wie durch B teilbar. (5) ist eindeutig falsch. Gegenbeispiel: $A = -1$.

Aufgabe 5.

Die tiefste Landesstelle auf der Erdoberfläche liegt am Ufer des toten Meeres bei $-428m$. Johannes steht hier am Ufer. Seine Körpergröße beträgt $155cm$. Seine Schwester steht in Wien bei der Landstraße, die auf $175m$ Höhe liegt.

Was ist der Höhenunterschied zwischen dem Kopf von Johannes und den Füßen seiner Schwester?

Zwischen den Füßen der beiden ist ein Höhenunterschied von: $|-428 - 175| = 603 m$.

Wegen der Körpergröße ist das Gefragte also: $603 - 1,55 = 601,45 m$.

Aufgabe 6. Die Temperatur kann in Grad Celsius gemessen werden, aber auch in Fahrenheit. Wir schreiben T_F für die Temperatur in Fahrenheit und T_C für die Temperatur in Grad Celsius.

Es gilt die folgende Umrechenformel: $T_F = \frac{9}{5}T_C + 32$.

- (a) Rechne den Siedepunkt von Wasser ($100^\circ C$) in Fahrenheit um!
- (b) Die niedrigste auf Erde gemessene Temperatur unter freiem Himmel (also nicht im Labor) beträgt etwa $-130^\circ F$. Wandle diese Temperatur in Grad Celsius um!

(a) Einsetzen: $T_F = \frac{9}{5} \cdot 100 + 32 = 212$

(b) Gleichung: $\frac{9}{5}T_C + 32 = -130$. Also $\frac{9}{5}T_C = -162 \implies T_C = -\frac{5}{9} \cdot 162 = -5 \cdot 18 = -90$

Erste Schularbeit Mathematik Klasse 3D am 20.11.2017

KORREKTURVORLAGE für GRUPPE B

Aufgabe 7. Berechne (händisch) und gib das Ergebnis in Dezimaldarstellung, wie auch in Bruchform an!

(a) $\left(\frac{5}{12} - \frac{7}{4}\right) \cdot \frac{2}{3} = -\frac{16}{12} \cdot \frac{2}{3} = -\frac{8}{9} = -0,8\bar{8}$

(b) $(5 - 3 \cdot 7) : (100 - 7 \cdot 4 \cdot 3) = -16 : 16 = -1$

(c) $(3^3 - 2^4) \cdot (1 - 2 \cdot 3^2) = (27 - 16) \cdot (1 - 18) = -11 \cdot (-17) = 187$

Aufgabe 8.

Bestimme rechnerisch!

(a) $ggT(123, 60)$,

(b) die Primfaktorzerlegung von 432.

(a) 3, (b) $432 = 2 \cdot 216 = 2 \cdot 6^3 = 2^4 \cdot 3^3$.

Aufgabe 9.

(a) Berechne $3^5 + 4^4 + 5^3$.

(b) Begründe, dass für jede positive Zahl a gilt $(a^{12})^{23} = a^{276}$.

(c) Man dachte früher immer, die Anzahl der Sandkörner am Strand, und auch auf der ganzen Welt, sei unendlich. Ein Philosoph sagte dazu Folgendes: *Nimm am ersten Tag des Jahres einen Sandkorn weg vom Strand. Nimm am zweiten Tag des Jahres 10 Sandkörner weg vom Strand. Nimm am dritten Tag 100 Sandkörner weg vom Strand. So machst du weiter und nimmst jeden Tag zehnmal so viele Sandkörner weg vom Strand als am Tag davor. Und nach 10 Jahren (3652 Tagen) wird es noch immer Sand am Strand geben!* Die Zahl der Sandkörner, die man laut dem Philosophen vom Strand wegnehmen kann, musst du nicht aufschreiben. Beschreibe aber diese Zahl: Wie viele Ziffern hat sie und wie viele davon sind Einsen?

(a) $3^5 = 243$, $4^4 = 256$, $5^3 = 125$. Dann einfach addieren.

(b) $(a^{12})^{23}$ ist ein Produkt von 23 Exemplaren von a^{12} . Aber jedes Exemplar von a^{12} ist ein Produkt von 12 Exemplaren von a . Also ist $(a^{12})^{23}$ ein Produkt von insgesamt $12 \cdot 23$ Exemplaren von a . Dies war zu beweisen.

(c) Achte auf Folgendes: $1 + 10 = 11$, also nach zwei Tagen zwei Einser. Nach drei Tagen $1 + 10 + 100 = 111$, also drei Einser. Und so weiter: Die Zahl schreiben wir mit 3652 Ziffern und alle sind Einser.

Aufgabe 10.

Kreuze an, welche beide der unterstehenden Aussagen richtig sind!

(1). Die Gegenzahl von X ist $\frac{1}{X}$.	<input type="checkbox"/>
(2). Der Kehrwert von 2^4 ist ein Achtel.	<input type="checkbox"/>
(3). Wenn $A < B$, dann gilt $-A > -B$.	<input checked="" type="checkbox"/>
(4). Das Produkt $kgV(2468, 1357) \cdot ggT(2468, 1357)$ ist durch 1357 teilbar.	<input checked="" type="checkbox"/>
(5). $-2 \cdot A < 2 \cdot A$ für alle ganze Zahlen A .	<input type="checkbox"/>

Bemerkungen: (3) Mit -1 multiplizieren dreht die Ordnung um. (4) Es gilt $kgV(A, B) \cdot ggT(A, B) = A \cdot B$ und das Produkt aus A und B ist sowohl durch A wie durch B teilbar. (5) Ist eindeutig falsch. Gegenbeispiel: $A = -1$.

Aufgabe 11.

Die tiefste Landesstelle auf der Erdoberfläche liegt am Ufer des toten Meeres bei $-428m$. Johannes steht hier am Ufer. Seine Körpergröße beträgt $160cm$. Seine Schwester steht zu dieser Zeit in Rotterdam im Zentrum, das auf $-10m$ Höhe liegt.

Was ist der Höhenunterschied zwischen dem Kopf von Johannes und den Füßen seiner Schwester?

Zwischen den Füßen der beiden ist ein Höhenunterschied von: $|-428 - (-10)| = 418 m$.

Wegen Johannes' Körpergröße ist das Gefragte also: $428 - 1,6 = 416,4 m$.

Aufgabe 12. Die Temperatur kann in Grad Celsius gemessen werden, aber auch in Fahrenheit. Wir schreiben T_F für die Temperatur in Fahrenheit und T_C für die Temperatur in Grad Celsius.

Es gilt die folgende Umrechnformel: $T_F = \frac{9}{5}T_C + 32$.

- (a) Rechne den Gefrierpunkt von Benzin ($-25^\circ C$) in Fahrenheit um!
- (b) Die niedrigste Außentemperatur in den USA (also nicht im Labor) wurde mit $-80^\circ F$ in Alaska gemessen. Wandle diese Temperatur in Grad Celsius um!

(a) Einfach $T_C = -25$ einsetzen: $T_F = \frac{9}{5} \cdot -25 + 32 = -45 + 32 = -13$.

(b) Gleichung ist: $\frac{9}{5}T_C + 32 = -80$. Daher $\frac{9}{5}T_C = -112 \Leftrightarrow T_C = \frac{5}{9} \cdot -112 = -\frac{560}{9} = -62\frac{2}{9}$.