Planungsblatt Mathematik für die 5B

Woche 4 (von 25.09 bis 29.09)

Hausaufgaben [1]

Bis Dienstag 26.09:
Erledige und/oder lerne die Aufgaben von Seite 32 und 33 (Kompetenzcheck, Typ-2).

Bis Mittwoch 27.09:
Erledige und/oder lerne die Aufgaben 3.02(a)(b), 3.03(a)(c)(d), 3.04(a)(b), 3.05(a), 3.06(a).

Bis Montag 02.10:
Lies die Erklärung hier unten genau durch und löse (wenn möglich) folgende quadratische Gleichungen mit der gezeigten Methode:
(a) $x^2 - 6x + 10 = 0$, (b) $x^2 - 2x - 2 = 0$, (c) $2x^2 - 6x + 8 = 0$.

Kernbegriffe dieser Woche:

Typ-1 und Typ-2 Aufgaben, quadratische Gleichungen

Ungefähre Wochenplanung

Schulübungen.

(a) Montag (4. Std): (i) HÜ-Bespr. und evt. mSWH, (ii) Kompetenzcheck: Rüber zu den Typ-2 Aufgaben!

(b) Dienstag (3. Std): (i) HÜ-Bespr. und evt. mSWH, (ii) Typ-2 Aufgaben erledigen, so weit dies möglich ist, und dann: (iii) quadratische Gleichungen: 3.02(a)(b), 3.03(a)(c)(d), 3.04(a)(b), 3.05(a), 3.06(a)

(c) Mittwoch (6. Std): (i) HÜ-Bespr. und evt. mSWH (ii) quadratische Gleichungen: Diskriminante und Lösungsformel für den Fall $x^2 + px + q = 0$. Dann 3.10 und 3.11(a)(b)(c) und 3.12(a)

(d) Weil das zweite Kapitel auch eher das Thema „Terme“ wiederholt, werde ich dies zuerst überspringen. Ab und zu werden uns einige Aufgaben aus seinem Kompetenzcheck aber schon anschauen; um sicher zu sein . . . .

Unterlagen auf `www.mat.univie.ac.at/~westra/edu.html`

[1] Für manche Aufgaben wird auf Rückseite/Anhang/Buch/Arbeitsblatt verwiesen.

Das Lösen quadratischer Gleichungen – Woche 4

Eine Gleichung von der Form $ax^2 + bx + c = 0$ mit $a, b, c \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$, oder jede, die du auf diese Form bringen kannst, heißt eine quadratische Gleichung. Warum $a \neq 0$? Weil sonst eine lineare Gleichung entstünde! Denn wenn $a = 0$, dann steht da einfach $bx + c = 0$. Gesucht sind ständig reelle Lösungen, das ist im Folgenden wichtig.

Bevor wir mit dem Allgemeinen loslegen, zuerst mal Beispiele:

(1) $\mathbf{x^2 + 4 = 0}$. Weil aber $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$, so auch $x^2 + 4 > 0$, also gibt es keine Lösung.

(2) $\mathbf{x^2 - 4 = 0}$. Umformen $x^2 = 4$, also $x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$. Also, zwei Lösungen.

(1+2) Aus den obigen Beispielen sehen wir: Wenn zu lösen ist $ax^2 + c = 0$, dann umformen $x^2 + \frac{c}{a} = 0$, also $x^2 = -\frac{c}{a}$ und dann gibt es keine Lösungen wenn $c/a > 0$, zwei wenn $c/a < 0$ und eine Lösung ($x = 0$) wenn $c = 0$.

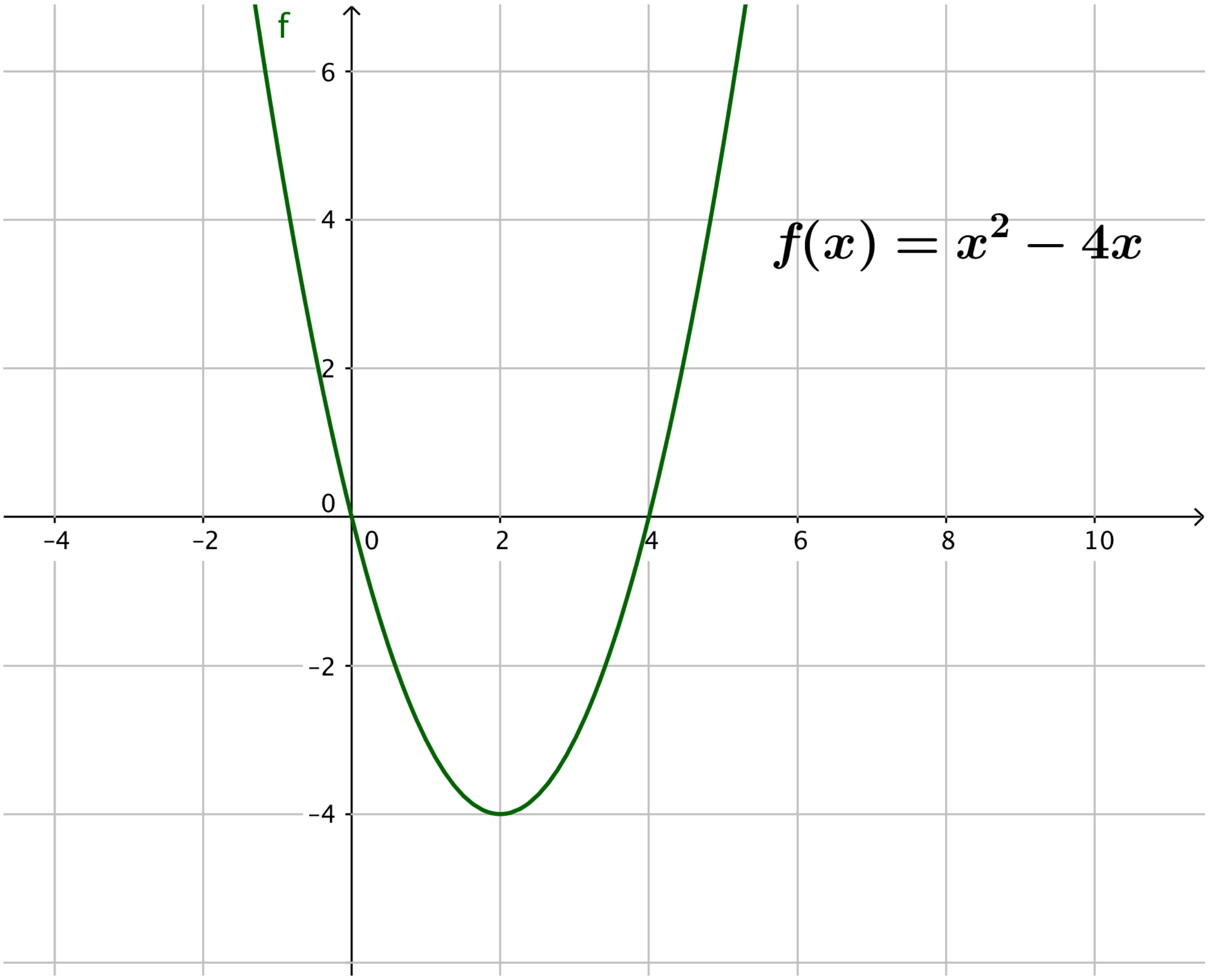
☞ Im Folgenden benutze ich $(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$ sehr heftig!

(3) Zu lösen $\mathbf{x^2 + 2x - 5 = 0}$. Ich forme um: $x^2 + 2x = 5$. Weil $x^2 + 2x$ schon ein Teil von $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$ ist, addiere ich 1, und bekomme $x^2 + 2x + 1 = 6$, also $(x + 1)^2 = 6$. Nun ziehe ich die Wurzel $x + 1 = \pm\sqrt{6}$. Aber dann $x = -1 \pm \sqrt{6}$. Zwei Lösungen, die symmetrisch um 1 liegen.

(4) Zu lösen: $\mathbf{x^2 + 6x + 1 = 0}$. Ich forme um: $x^2 + 6x = -1$. Da 6/2 addiere ich 3^2. Also $x^2 + 6x + 9 = 8$, und weil $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$ bekomme ich also $(x + 3)^2 = 8$. Ich ziehe die Wurzel und siehe $x + 3 = \pm\sqrt{8} = \pm 2\sqrt{2}$. Lösungen sind wieder zwei in Anzahl und symmetrisch um -3; $x = -3 \pm 2\sqrt{2}$.

(5) Zu lösen: $\mathbf{x^2 - 8x + 5 = 0}$. Umformen $x^2 - 8x = -5$. Weil $8/2 = 4$ addiere ich links und rechts $4^2 = 16$ und bekomme $x^2 - 8x + 16 = 11$. Nun sehe ich ein, dass die bedeutet $(x - 4)^2 = 11$, also $x - 4 = \pm\sqrt{11}$, daher finde ich wieder zwei Lösungen, symmetrisch um 4; $x = 4 \pm \sqrt{11}$.

(6) Zu lösen: $\mathbf{x^2 - 4x + 5 = 0}$. Umformen $x^2 - 4x = -5$. Weil $4/2 = 2$ addiere ich $2^2 = 4$ und bekomme $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$ auf der linken Seite und $-5 + 4 = -1$ auf der rechten Seite, insgesamt also $(x - 2)^2 = -1$. Aber nun kann ich die Wurzel nicht ziehen. Somit gibt es gar keine Lösungen! Wenn wir uns die Funktion $f(x) = x^2 - 4x$ anschauen (mache mit Google oder GeoGebra, oder siehe Bild hier unten!), sehen wir zwei Nullstellen, bei $x = 0$ und bei $x = 4$. Das Minimum der Funktion liegt dann genau in der Mitte dieser Nullstellen, und der minimale Wert von f ist also $f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 = 4 - 8 = -4$. Es bedeutet also $\forall x \in \mathbb{R} : \ f(x) \geq -4$, aber somit dann auch $\forall x \in \mathbb{R} : \ x^2 - 4x + 5 = f(x) + 5 \geq -4 + 5 = 1$. Darum kann $x^2 - 4x + 5$ niemals Null werden, weil es immer mindestens 1 ist.


f
6
4
2
0
-2
-4
-4
-2
0
2
4
6
8
10
$f(x) = x^2 - 4x$