

Topologie ist die Mathematik ohne messen

Größen, Abstände, Winkeln, Ableitungen, usw. sind meistens nicht wichtig. Kein Unterschied zwischen



$$\text{Erde} = \{x \in \mathbb{R}^3 : \|x\| \leq 6 \cdot 10^6 m\}$$

Intervall $(0, 1)$



runde Kugel

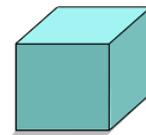
und



$$\text{Marmor} = \{x \in \mathbb{R}^3 : \|x\| \leq 0.005 m\}$$

reelle Rechte \mathbb{R}

und



und

Würfel

iHeartCraftyThings.com



Teetasse

und



Torus

Diese können Paarweise **bijektiv** und **bi-stetig** in einander überführt werden (**homöomorph**).
Das geht nicht mit



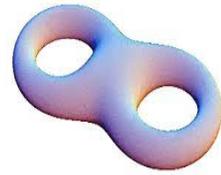
Sphäre

\neq
nicht
homöo



Torus

\neq
nicht
homöo



“Brezel”

Falls man nur Stetigkeit verwendet, was kann man dann doch machen?

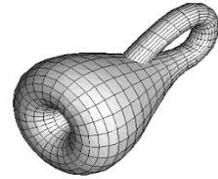
- Klassifikation von Oberflächen und Mannigfaltigkeiten.



Sphäre

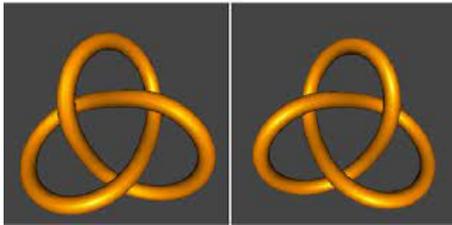


Torus

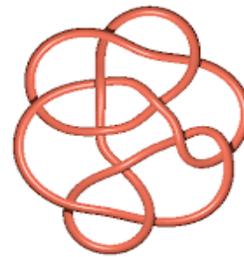


Klein'sche Flasche

- Klassifikation von Knoten



Zwei Kleeblattknoten

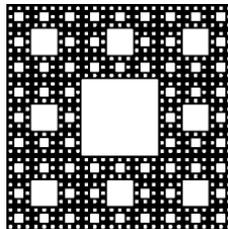


komplizierterer(?) Knoten

- Kontinuumstheorie



Knaster Kontinuum



Sierpinski Kurve



Alexander's gehornete Sphäre

- Kombinatorische Probleme, zum Beispiel

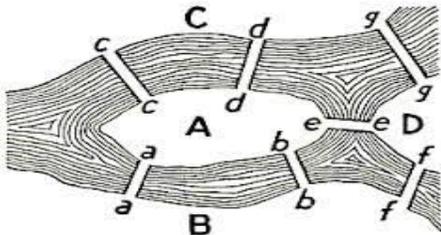
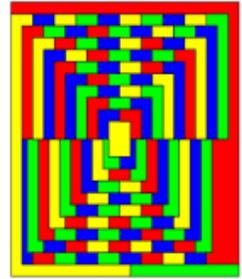
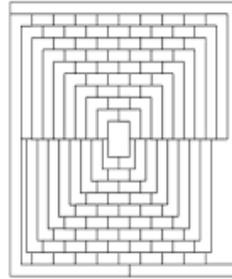


FIGURE 98. *Geographic Map:
The Königsberg Bridges.*

Königsberger Brücken



four colour problem

In diesem Kurs: **Grundbegriffe** der (also nicht die ganze) Topologie.

- **Offene Mengen.** In metrischen (zB. Euklidischen) Räumen kennt man schon offene Mengen, zB. Kugeln ohne Rand

$$\left\{ x \in \mathbb{R}^n : \underbrace{d}_{(Euk.)Metrik}(x, C) < R \right\}.$$

Statt in Termen von einer Metrik ausgedrückt zu werden, sind die offenen Menge der Grundbegriff, die Definition, einer Topologie.

- Damit sind topologische Räume allgemeiner als metrische (und deshalb normierte) Räume. Es gibt viele topologische Räume (manchmal pathetisch, manchmal ganz praktisch) die keine Metrik haben (**nicht metrisierbar**).
- Offene Mengen reichen zur Behandlung von
 - Konvergenz (Folgenkonvergenz, verallgemeinert zu Netzkonvergenz);
 - Stetigkeit (und deshalb Homöomorphie). In topologischer Form ist diese manchmal effizienter und eleganter als in metrischer Form.
 - Zusammenhang
 - Kompaktheit.