

Seite 9 Für $b_1 < b_2 < \dots < b_m$ und $c_1 < c_2 < \dots < c_k$, brauchen wir $\leq m+k-1$ Vergleiche.

Der Wert $m+k-1$ wird durch ein linear Zusammenfügen erreicht: Beginnen Sie mit einem Zeiger am Anfang jeder Liste, vergleichen Sie die beiden Elemente, auf die gezeigt wird, fügen Sie das kleinere zur zusammengefügte Liste hinzu und erhöhen Sie diesen Zeiger. Wenn Sie die letzten beiden Elemente vergleichen müssen, haben Sie $(m-1) + (k-1)$ Vergleiche durchgeführt, um an diesen Punkt zu gelangen.

Im schlimmsten Fall sind also $m+k-1$ Operationen erforderlich.

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad \lfloor x \rfloor \leq x \leq \lceil x \rceil < x+1$$

$$\lceil x \rceil - \lfloor x \rfloor = \begin{cases} 0 & \text{für } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{für } x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

Wenn $\frac{n}{2} \in \mathbb{Z}$, dann $\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil + \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor = \frac{n}{2} + \frac{n}{2} = n$

Wenn $\frac{n}{2} \notin \mathbb{Z}$, dann $\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil + \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor = \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil + \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor - \underline{1} < n - \underline{1} + \underline{1}$

Im schlimmsten Fall sind also

$$\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil + \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor - 1 \leq n-1 \text{ Operationen erforderlich.}$$

Seite 17

Warum

$$\frac{1}{n} \sum_{s=1}^n (Q(s-1) + Q(n-s)) \stackrel{?}{=} \frac{2}{n} \sum_{k=0}^{n-1} Q(k) \quad ?$$

$$\sum_{s=1}^n Q(s-1) \stackrel{\substack{\uparrow \\ k:=s-1}}{=} \sum_{k=0}^{n-1} Q(k)$$

$$\sum_{s=1}^n Q(n-s) \stackrel{\substack{\uparrow \\ k:=n-s}}{=} \sum_{k=n-1}^0 Q(k)$$

Seite 19

$$Q(n) = 2(n+1) \sum_{k=0}^{n-1} \frac{k}{(k+1)(k+2)} = 2(n+1) \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{k+1} - \left(\frac{2}{k+1} - \frac{2}{k+2} \right) =$$

$$= 2(n+1) \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \left(\frac{2}{k} - \frac{2}{k+1} \right) = 2(n+1) \left(\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - 2 + \frac{2}{n+1} \right)$$

$$\sum_{k=1}^n \frac{2}{k} - \frac{2}{k+1} = 2 - \frac{2}{2} + \frac{2}{2} - \frac{2}{3} + \frac{2}{3} - \frac{2}{4} + \dots + \frac{2}{n} - \frac{2}{n+1}$$

$= 0$