Kapitel 3 L3_20.pdf **Bemerkungen**

Seite 3 $n = 3$ die zweizeilige Notation $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

die einzeilige Notation $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

die lexikographische Ordnung:

$123 < 132$, denn $1 = 1$ und $2 < 3$

$132 < 231$, denn $1 < 2$

$213 < 231$, denn $2 = 2$ und $1 < 3$

Seite 4 Im Beispiel für $n = 3$ haben wir die gleichen Permutationen in unterschiedlicher Reihenfolge multipliziert. Die Ergebnisse sind unterschiedliche Permutationen.

Seite 5 $(G, *)$ eine Gruppe, $* : G \times G \to G$ eine Verknüpfung mit

1. Assoziativität
2. Existenz des neutralen Elements
3. Existenz des inversen Elements

$$\epsilon = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{pmatrix}$$

Seite 6 Im Allgemeinen lassen wir die Fixpunkte aus der Notation weg.

Seite 7 Wir können mit 1 beginnen oder mit 4 beginnen, oder mit 3 beginnen, ...

Seite 8 $\pi^2(i)$: wir benutzen π zweimal (die Kompozition)

Seite 12 Iversons ist ein Name.

$$[n=0] = \begin{cases} 1 & \text{wenn } n=0 \\ 0 & \text{andernfalls} \end{cases}, \text{ d.h.}$$

$c(n,0) = 1$ wenn $n=0$ ← die Anfangsbedingung

$c(n,0) = 0$ wenn $n \neq 0$.

$c(n,n) = 1$, denn $\exists!\ \pi$ mit n Zyklen:

$$\epsilon = \pi = \begin{pmatrix} 1\,2\,3 \ldots n \\ 1\,2\,3 \ldots n \end{pmatrix} = (1)(2)(3)\ldots(n)$$

$c(n,1) = (n-1)!$, denn

$$\#\{\underbrace{(*\ \overset{\uparrow}{*}\ *\ 1\ *\ * \ldots *)}_{n}\} = (n-1)!$$

die Kardinalität

$\in \{2,3,\ldots,n\}$

ein Zyklus der Länge n

Seite 15

Warum $\mathcal{GF}(\mathfrak{S}_n) = (x+n-1)\,\mathcal{GF}(\mathfrak{S}_{n-1})$?

$n=1$ $\quad x = (x+1-1)\cdot 1$

$n>1$ $\quad \mathcal{GF}(\mathfrak{S}_n) = \sum_{k=0}^{n} c(n,k)x^k = \sum_{k=1}^{n} c(n,k)x^k =$

$c(n,0)=0$, denn $n>1$ $\qquad$ Rekursion

$$= \sum_{k=1}^{n} \big(c(n-1,k-1) + (n-1)c(n-1,k)\big)x^k =$$

$$= x\cdot\sum_{k=1}^{n} c(n-1,k-1)x^{k-1} + \sum_{k=1}^{n} (n-1)\,c(n-1,k)x^k =$$

$k-1 \rightsquigarrow k$ Variablentransformation $\quad$ $c(n-1,n)=0$, $c(n-1,0)=0$, denn $n>1$

$$= x\sum_{k=0}^{n-1} c(n-1,k)x^k + (n-1)\cdot\sum_{k=0}^{n-1} c(n-1,k)x^k =$$

$$= x\,\mathcal{GF}(\mathfrak{S}_{n-1}) + (n-1)\,\mathcal{GF}(\mathfrak{S}_{n-1}).$$

Seite 17 $(-1)^{n-k}c(n,k)$ sind die Verbindungskoeffizienten zwischen den fallenden Faktoriellen und der Standardbasis.