Name:________________ Matrikelnummer: __________ Studienkennzahl:__________

Eine genaue lesbare Präsentation der Antworten und Lösungen ist erforderlich!
Begründen Sie Ihre Antworten ausreichend ausführlich!

Aufgabe 1: Geben Sie einen zusammenhängenden Graphen an, der keinen Eulerkreis besitzt.

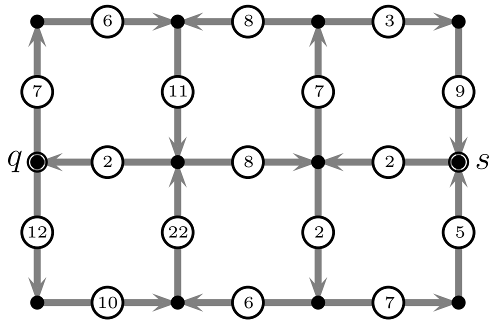
Aufgabe 2: Beschreiben Sie das sogenannte *Polynomargument*.

Aufgabe 3: Wie viele Permutationen in S_n mit genau $n-1$ Zykeln gibt es?

Aufgabe 4: Geben Sie zunächst die Definition eines Baums. Beweisen Sie, dass ein Baum T mit $n > 1$ Knoten (mindestens) zwei Blätter besitzt.

Aufgabe 5:
(a) Wieviele verschiedene Relationen auf einer dreielementigen Menge gibt es?
(b) Wieviele verschiedene Äquivalenzrelationen auf einer dreielementigen Menge gibt es?
(Hinweis: Es gibt zu jeder Äquivalenzrelation Äquivalenzklassen.)

Aufgabe 6: Betrachten Sie das folgende Netzwerk: q bezeichnet die Quelle, s die Senke, die Kapazitäten der gerichteten Kanten sind in die kleinen Kreise eingetragen.



Finden Sie einen maximalen Fluß in diesem Netzwerk (Einzeichnen in obige Graphik genügt) und begründen Sie (kurz!!! nicht den Beweis aus der Vorlesung wiederholen!), warum dieser maximal ist.

Aufgabe 7: Gegeben sei eine Liste mit n Elementen, in der immer wieder ein (zunächst unbekanntes) Element zu suchen ist. Für die Suche stehen Tests zur Verfügung, die den Suchraum in (höchstens) q Blöcke zerlegen. Was besagt in diesem Zusammenhang die *informationstheoretische Schranke*?

Aufgabe 8: Geben Sie ein Kriterium für die Invertierbarkeit einer formalen Potenzreihe an. Zeigen Sie, dass das Inverse der formalen Potenzreihe $1-z$ durch $\sum_{k\geq 0} z^k$ gegeben ist.

Aufgabe 9: Beweisen Sie, dass die Binomialkoeffizienten $\binom{n}{k}$ folgende Identität erfüllen:

$$\sum_{m=k}^{n} \binom{m}{k} = \binom{n+1}{k+1}$$

Aufgabe 10: Betrachten Sie die durch die lineare Rekursion

$$c_n = 7c_{n-2} - 6c_{n-3}$$

gegebene Folge $(c_n)_{n=0}^{\infty}$ mit den Anfangswerten $c_0 = 2$, $c_1 = -4$ und $c_2 = 4$.

1. Bestimmen Sie die rationale Funktion, deren Reihenentwicklung durch die erzeugende Funktion $C(z) := \sum_{n=0}^{\infty} c_n \cdot z^n$ gegeben ist.

2. Geben Sie einen geschlossenen Ausdruck für das n–te Folgenglied c_n an.