

# Gruppentheorie - Blatt 8

12.30-13.15, Seminarraum 9 Oskar-Morgenstern-Platz 1 2.Stock

<http://www.mat.univie.ac.at/~gagt/GT2016/gruppentheorie2016.html>

Martin Finn-Sell

[martin.finn-sell@univie.ac.at](mailto:martin.finn-sell@univie.ac.at)

1. Zeige, dass die Klasse von allen nilpotenten Gruppen mit nilpotenz Klasse  $\leq n$  einen Varietät ist.
2. Beweise das Ping-Pong Lemma: Sei  $G$  eine Gruppe die auf die Menge  $X$  wirkt. Sei nicht leere disjunkte Mengen  $A^+, A^-, B^+, B^- \subset X$  und zwei Elemente  $a, b \in G$  sodass:
  - a)  $A^+ \cup A^- \cup B^+ \cup B^- \subsetneq X$ ;
  - b)  $a(X \setminus A^-) \subseteq A^+, a^{-1}(X \setminus A^+) \subset A^-$ ;
  - c)  $b(X \setminus B^-) \subseteq B^+, b^{-1}(X \setminus B^+) \subset B^-$ .

Dann  $\langle a, b \rangle \leq G$  eine freie Gruppe erzeugende bei  $a, b$  ist.

3. Gib ein Beispiel von eine Gruppe  $G$  mit den Untergruppe  $H$ , die voll-invariante aber nicht verbale in  $G$  ist.
4. Zeige, dass die Quaterniongruppe  $\langle x, y \mid x^4 = 1, x^2 = y^2, yxy^{-1} = x^{-1} \rangle$  nicht relativ freie ist.