Familienname:
Vorname:
Matrikelnummer:
Studienkennzahl:

1
2
3
4
G

Note:

PRÜFUNG ZU EINFÜHRUNG IN DAS MATHEMATISCHE ARBEITEN (8.3.2002)

(1) Eine zur x_2–Achse symmetrische Polynomfunktion f vierten Grades hat in $W = (1, 0)$ einen Wendepunkt. In diesem Wendepunkt ist die Steigung der Wendetangente $k = -8$. In ihren beiden Wendepunkten wird sie von einer Polynomfunktion g zweiter Ordnung berührt.
  (a) Berechnen Sie die Koeffizienten beider Polynome
  (b) Diskutieren Sie die Funktionen f und g.
  (c) Zeichnen Sie den Graphen von f in $[-5/2, 5/2]$ und den Graphen von g in $[-3/2, 3/2]$.
  (d) Berechnen Sie den Inhalt des von beiden Funktionen berandeten Flächenstückes.
  (e) Dieses Flächenstück rotiert um die x_1–Achse. Bestimmen Sie das Volumen des entstehenden Drehkörpers.

(**8 Punkte**)

(2) (a) Sei die Menge

$$M := \{a + b\sqrt{3} \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$$

gegeben. Beweisen Sie, dass M ein **Unterkörper** von $\mathbb{R}$ ist.
(**4 Punkte**)

(b) Lösen Sie in den komplexen Zahlen die Gleichung

$$z^2 + (1 - 2i)z + (6 + 8i) = 0$$

und stellen Sie das Ergebnis in der Form $a + ib$ dar. Bestimmen Sie außerdem das Produkt der beiden Lösungen.
(**4 Punkte**)

(3) (a) Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion die Beziehung

$$1 + \sum_{k=0}^{n} (4k^3 - 6k^2 + 4k - 1) = n^4.$$

(**6 Punkte**)

(b) Finden Sie in $\mathbb{R}$ alle Lösungen der Gleichung

$$e^{2x} - 3e^{x+1} + 2e^2 = 0.$$

(**2 Punkte**)

(4) Gegeben seien die Punkte $P = (1, 7/2)$ und $Q = (-4, 5/2)$, die die Gerade g in der Ebene festlegen. Um welchen Winkel muss man g um den Punkt P drehen damit sie eine Tangente der Ellipse

$$\text{ell} : x^2 + 4y^2 = 25$$

wird (2 Lösungen!)? Ermitteln Sie die Gleichungen dieser beiden Tangenten und ihre Berührungspunkte T_1 und T_2.

Die Verbindungsstrecke von T_1 und T_2 ist Durchmesser eines Kreises k. Ermitteln Sie die Schnittwinkel zwischen k und ell in T_1 und T_2.
(**8 Punkte**)