Familienname:
Vorname:
Matrikelnummer:
Studienkennzahl:

1	
2	
3	
4	
G	

Note:

PRÜFUNG ZU EINFÜHRUNG IN DAS MATHEMATISCHE ARBEITEN (15.12.2006)

(1) *(Algebra)*
 (a) Definiere den Begriff *abelsche Gruppe.* (**3 Punkte**)
 (b) Überprüfe, ob die Menge $\mathbb{Q} \setminus \{-2\}$ zusammen mit der Verknüpfung
$$x \circ y := xy + 2x + 2y + 2$$
 eine abelsche Gruppe ist. (**5 Punkte**)
 (c) Gib eine rekursive Definition des Binomialkoeffizienten und eine explizite Formel für ihn an. (**2 Punkte**)

(2) *(Kurvendiskussion, komplexe Zahlen)*
 (a) Der Graph der Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ hat einen Wendepunkt $W(3, y_w)$ mit der Wendetangente $t_w : 96x + 10y = 303$. Ermittle die Funktionsgleichung von f. (**7 Punkte**)
 (b) Für die beiden komplexen Zahlen $z_1 = 3 + 4i$ und $z_2 = 1 - 2i$ berechne $z_1 + \overline{z_2}$, $\overline{z_1} z_2$ und z_1/z_2. Schreibe die Ergebnisse jeweils in der Form $a+ib$ an. (**3 Punkte**)

(3) *(Abbildungen, Relationen)*
 (a) Definiere die Begriffe *Abbildung* und *Relation* und beschreibe den Unterschied. (**2 Punkte**)
 (b) Definiere die Begriffe *Äquivalenzrelation* und *Äquivalenzklasse.* (**2 Punkte**)
 (c) Seien $f : A \to B$ und $g : B \to C$ Abbildungen.
  (i) Beweise: Sind f und g injektiv, dann auch $g \circ f$. (**3 Punkte**)
  (ii) Gilt für surjektive Abbildungen f und g auch, dass $g \circ f$ surjektiv ist? Finde einen Beweis oder ein Gegenbeispiel. (**3 Punkte**)

(4) (a) *(Induktion)* Beweise mittels vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 0$ gilt:
$$\sum_{k=0}^{n} k(k-1) = \tfrac{1}{3}(n-1)n(n+1).$$
 (**4 Punkte**)
 (b) *(Logik)* Bestimme die disjunktive Normalform des Ausdruckes $(\neg(a \wedge b)) \implies c$. (**4 Punkte**)
 (c) *(Analytische Geometrie)* Bestimme den Abstand des Punktes $P = (2 \mid 3 \mid 1)$ von der Ebene $\varepsilon : 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 6$. (**2 Punkte**)