

Familienname:
Vorname:
Matrikelnummer:
Studienkennzahl:

1
2
3
4
G

Note:

PRÜFUNG ZU „EINFÜHRUNG IN DAS MATHEMATISCHE ARBEITEN“ (16.11.2012)

- (1) (a) *Algebra* Definieren Sie den Begriff *abelsche Gruppe*, indem Sie die Gruppenaxiome angeben. **(4 Punkte)**
(b) *Algebra* Überprüfen Sie, welche der Eigenschaften einer Gruppe von der Verknüpfung \otimes auf \mathbb{Q} erfüllt werden.

$$a \otimes b := ab - 3a - 3b + 9.$$

(4 Punkte)

- (c) *Mengenlehre* Gib die Potenzmenge der Menge $M = \{A, X, T\}$ an. Wieviele Elemente hat die Potenzmenge einer n -elementigen Menge? **(2 Punkte)**
(2) (*Kurvendiskussion*) Eine Polynomfunktion p zweiten Grades wird von der Geraden $g: 4y = 8x - 21$ im Punkt $P = (3|y_P)$ berührt. Der Flächeninhalt unter der Funktion zwischen $x = 3$ und $x = 5$ beträgt $7\frac{1}{2}$ Flächeneinheiten.

(a) Bestimme die Funktionsgleichung von p . **(8 Punkte)**

(b) Ermittle alle Nullstellen, Hoch- und Tiefpunkte von p und die Gleichung der Tangente an p im Punkt $Q(0|y_Q)$. **(2 Punkte)**

- (3) (a) (*Analytische Geometrie*) Gegeben sei die Ebene $\varepsilon: 2x + 8y + 6z = 6$ im \mathbb{R}^3 . Für den Punkt $P = (4|1|7)$ bestimme:

(i) Die Gleichung der durch P gehenden Normalen n auf ε .

(ii) Den Schnittpunkt von n und ε .

(iii) Den Abstand von P und ε .

(5 Punkte)

(b) (*Abbildungen*) Sei $f: X \rightarrow Y$ eine Abbildung. Was versteht man unter dem Bild von f ? Sei weiters $B \subseteq Y$. Was versteht man unter dem Urbild von B unter f ? Was bedeutet $f^{-1}(x)$ für $x \in Y$? **(3 Punkte)**

- (4) (a) (*Induktion*) Beweise mittels vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 1$ gilt und schreiben Sie die linke Seite in Summennotation an:

$$4 + 9 + 14 + \cdots + (5n - 1) = \frac{1}{2}(3n + 5n^2).$$

(4 Punkte)

(b) (*Zahlen*) Beweisen Sie, dass jede natürliche Zahl $n > 1$ eine Zerlegung in Primfaktoren besitzt. **(4 Punkte)**

(c) (*Komplexe Zahlen*) Bestimmen Sie die Nullstellen des Polynoms

$$z^2 - (2 + i)z - 1 + 7i$$

und geben Sie sie in der Form $a + ib$ an. **(4 Punkte)**