

Familienname:
Vorname:
Matrikelnummer:
Studienkennzahl:

1
2
3
4
5
G

Note:

PRÜFUNG ZU NUMERISCHE MATHEMATIK (05.12.2014)

- (1) *Numerische Lineare Algebra:*
- (a) Was ist ein überbestimmtes lineares Gleichungssystem und wie ist der Lösungsbegriff für überbestimmte lineare Gleichungssysteme?
(1 Punkt)
 - (b) Beschreiben Sie das Householder-Verfahren zur Berechnung einer QR-Zerlegung.
(3 Punkte)
 - (c) Beschreiben Sie die Algorithmen zur Lösung eines überbestimmten Gleichungssystems bei gegebener QR-Zerlegung inklusive der Berechnung der benötigten Matrix-Vektor-Produkte mit Q .
(2 Punkte)
 - (d) Geben Sie die Fehlerabschätzung für die LR-Zerlegung $A = LR$ an und beweisen Sie diese.
(6 Punkte)
- (2) *Integration, Differentiation:*
- (a) Beschreiben Sie die Trapezregel und die zusammengesetzte Trapezregel zur numerischen Integration und geben Sie die Fehlerabschätzungen an.
(2 Punkte)
 - (b) Beschreiben Sie die Verwendung von Extrapolation zur Steigerung der Genauigkeit für Integrationsverfahren.
(1 Punkt)
 - (c) Was ist die Vorwärtsmethode zur automatischen Differentiation (Differentialzahlen)? Wie genau lassen sich damit Ableitungen approximieren?
(3 Punkte)
 - (d) Beschreiben Sie die Gaußsche Quadraturformel. Polynome bis zu welchem Grad können damit exakt integriert werden? Beweisen Sie Ihre Behauptung.
(4 Punkte)
- (3) *Interpolation, Nullstellen:*
- (a) Was ist der Thielesche Kettenbruch zur rationalen Interpolation und wie wird er berechnet?
(3 Punkte)
 - (b) Was sind Nullstellencluster und was ist ihr Zusammenhang mit mehrfachen Nullstellen? Wie genau können mehrfache Nullstellen numerisch lokalisiert werden?
(3 Punkte)
 - (c) Was ist das Wurzelsekantenverfahren, wie sind seine Eigenschaften, und wozu wird es verwendet?
(2 Punkte)

(4) *Differentialgleichungen, etc.:*

- (a) Geben Sie den Vorwärtsdifferenzenquotienten an. Wie genau kann damit üblicherweise die Ableitung einer Funktion approximiert werden? Warum geht es nicht besser?
(2 Punkte)
- (b) Was ist eine steife Differentialgleichung? Wodurch unterscheiden sich Lösungsverfahren für steife Differentialgleichungen von solchen für nicht-steife?
(2 Punkte)
- (c) Beschreiben Sie das Euler-Verfahren, das Adams-Bashford Verfahren und das Adams-Moulton Verfahren zur Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen. Worin besteht der prinzipielle Unterschied zwischen den Verfahren?
(5 Punkte)
- (d) Ist die Determinante einer Matrix ein geeignetes Mittel, um numerisch deren Regularität zu untersuchen?
(1 Punkt)