

Angewandte Mathematik für LAK

Maria Charina

Fehleranalyse, Kondition, Rundungsoperator, Stabilität

1. Berechnen Sie mit Hilfe des Rundungsoperators $\text{rd} : \mathbb{R} \rightarrow fl(2, 3, \{0, 1, 2, 3, 4\})$ die Gleitkommazahl $\text{rd}(0.9)$.
2. Berechnen Sie mit Hilfe des Rundungsoperators $\text{rd} : \mathbb{R} \rightarrow fl(10, 2, \{0, 1, 2\})$ die Gleitkommazahlen $\text{rd}(102)$ und $\text{rd}(115)$. Sei $\odot : fl(10, 2, \{0, 1, 2\}) \times fl(10, 2, \{0, 1, 2\}) \rightarrow fl(10, 2, \{0, 1, 2\})$. Berechnen Sie $102 \odot 115$.
3. Berechnen Sie zwei Näherungen \tilde{y} und $\tilde{\tilde{y}}$ an den Wert

$$y = f(p, q) = \frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad \text{für } p = 12.000454, q = 0.01,$$

mit Hilfe von den folgenden Algorithmen

Algorithmus 1:	$v = p \oslash 2$	Algorithmus 2:	$v = p \oslash 2$
	$u_1 = v \odot v$		$u_1 = v \odot v$
	$u_2 = u_1 \ominus q$		$u_2 = u_1 \ominus q$
	$u_3 = \text{rd}(\sqrt{u_2})$		$u_3 = v \oplus u_2$
	$\tilde{y} = v \ominus u_3$		$\tilde{\tilde{y}} = q \oslash u_3$

Verwenden Sie dabei den Rundungsoperator $\text{rd} : \mathbb{R} \rightarrow fl(10, 5, \{0, 1\})$. Sind diese Algorithmen numerisch stabil?

4. Für $a \in (-1/5, 1/5)$, $a \neq 0$, soll $f(a) = \frac{1 - \cos(a)}{a}$ ausgewertet werden. Ergibt die Auswertung von f ein gutes numerisches Ergebnis oder ist es besser die äquivalente Formel $f(a) = \frac{\sin^2 a}{(1 + \cos a)a}$ auszuwerten? Zum Beispiel: nehme $a = 0.01$ bei der Rechnung mit $B = 10$, $m = 4$.
5. Berechnen Sie numerisch (mit dem Taschenrechner) den Wert

$$y = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} - x} \quad \text{für } x = 123456789.$$

Ändern Sie diese Formel, so dass Sie eine gute Näherung für y erhalten.