

Zusatzbeispiele zur Aufgabensammlung zur prüfungsvorbereitenden Übung zu „STEOP: Einführung in die Mathematik“

Wintersemester 2015/16

- Z1. Bestimmen Sie die Potenzmenge der Mengen $\{a\}$, $\{0, 1\}$, $\mathbb{P}\emptyset$ und $\{1, \dots, 5\}$.
- Z2. Bestimmen Sie die Mengen $A \times B$, A^2 und B^3 für die Mengen
- (a) $A = \{1\}$, $B = \{a, b\}$,
 - (b) $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{0, 1\}$,
 - (c) $A = \emptyset$, $B = \{a, b, c\}$.
- Z3. Berechnen Sie $\prod_{i=1}^4 M_i$ mit $M_i := \{i, i + 1\}$ für $i = 1, \dots, 4$.
- Z4. Untersuchen Sie die folgenden Relationen auf der Menge aller Menschen auf Transitivität und Reflexivität:
- (a) ist Onkel von,
 - (b) wohnt im selben Haus wie,
 - (c) ist größer als,
 - (d) ist nicht kleiner als.
- Z5. Bestimmen Sie die Restklassenmengen \mathbb{Z}_3 , \mathbb{Z}_5 , \mathbb{Z}_6 . Versuchen Sie, analog zu Definition 4.2.22 die Mengen \mathbb{Z}_1 und \mathbb{Z}_0 zu definieren. Was passiert in diesen Fällen?
- Z6. Sind die folgenden Abbildungen injektiv, surjektiv bzw. bijektiv? Begründen Sie Ihre Antwort.
- (a) $f_1 : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $n \mapsto n^2$,
 - (b) $f_2 : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $n \mapsto n^2$,
 - (c) $f_3 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_0^+$, $x \mapsto x^2 + 1$,
 - (d) $f_4 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_4(x) = 4x + 1$,

(e) $f_5 : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1], x \mapsto \sin x$.

Z7. Sei $f : A \rightarrow B$ eine Funktion, und sei $A_1 \subseteq A$.

- (a) Zeigen Sie dass die Mengen $f(\mathcal{C}A_1)$ und $\mathcal{C}f(A_1)$ unvergleichbar sind, dass also im allgemeinen weder $f(\mathcal{C}A_1) \subseteq \mathcal{C}f(A_1)$ noch $\mathcal{C}f(A_1) \subseteq f(\mathcal{C}A_1)$ gilt.
- (b) Zeigen Sie, dass für injektives f das Bild des Komplements im Komplement des Bildes enthalten ist, also $f(\mathcal{C}A_1) \subseteq \mathcal{C}f(A_1)$ gilt.
- (c) Zeigen Sie, dass für surjektives f das Komplement des Bildes im Bild des Komplements liegt.
- (d) Wie steht es um die analoge Problemstellung für Urbilder: Wie verhält sich das Komplement des Urbilds einer Menge zum Urbild des Komplements?