87. Sei $\triangle\, ABC$ ein Dreieck und g die Trägergerade der Höhe durch C. Sei P ein beliebiger Punkt auf g und K und L die Mittelpunkte der Strecken $\overline{PA}$ und $\overline{PB}$. Sei u die Gerade durch K senkrecht auf $\ell(B, C)$ und v die Gerade durch L senkrecht auf $\ell(A, C)$. Dann schneiden die Geraden u, v und g einander in einem Punkt.

88. Sei $\triangle\, ABC$ ein Dreieck mit Höhenschnittpunkt H. Sei M der Mittelpunkt der Seite $\overline{AB}$ und g die Gerade durch H senkrecht auf $\overline{HM}$. Seien P und Q die Schnittpunkte der Gerade g mit $\ell(A, C)$ und $\ell(B, C)$. Dann haben P und Q gleichen Abstand von H.

89. Sei $\triangle\, ABC$ ein Dreieck, D ein Punkt auf $\overline{AB}$ und E ein Punkt auf $\overline{BC}$. Sei H der Höhenschnittpunkt des Dreiecks $\triangle\, ABC$ und H^* der des Dreiecks $\triangle\, DBE$. Seien K und L die Mittelpunkte der Strecken $\overline{AE}$ und $\overline{CD}$. Dann steht $\overline{HH^*}$ senkrecht auf $\overline{KL}$.

90. Sei $\triangle\, ABC$ ein Dreieck und D der Schnittpunkt der Winkelsymmetrale durch C mit der Seite $\overline{AB}$. Bestimme die Umkreismittelpunkte V und W der Dreiecke $\triangle\, ACD$ und $\triangle\, BCD$.

IV. Isometrien und Kegelschnitte

91. Für
$$x = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$$
berechne man Ax, $x^t A$, AB und BA.

92. Für die Matrizen A, B aus dem vorigen Beispiel berechne man $\det A$, $\det B$ und $\det AB$ und $\det BA$.

93. Man berechne die Eigenwerte und Eigenvektoren der folgenden Matrizen:
$$\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

94. Die folgenden Matrizen stellen Drehungen um den Nullpunkt dar. Um welchen Winkel wird jeweils gedreht?
$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

95. Man bestimme die Drehung um den Punkt $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ um den Winkel $60°$.

96. Steht der Vektor $\mathbf{u}$ senkrecht auf $\begin{pmatrix} \cos \frac{\alpha}{2} \\ \sin \frac{\alpha}{2} \end{pmatrix}$, dann ist $S_{\alpha,\mathbf{u}}$ eine Spiegelung um die Gerade durch $\frac{1}{2}\mathbf{u}$ mit Richtungsvektor $\begin{pmatrix} \cos \frac{\alpha}{2} \\ \sin \frac{\alpha}{2} \end{pmatrix}$.

97. Die Abbildung
$$\mathbf{x} \mapsto \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \mathbf{x} + \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$$
ist eine Drehung. Man berechne das Zentrum der Drehung.

98. Die Abbildung
$$\mathbf{x} \mapsto \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{pmatrix} \mathbf{x} + \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \end{pmatrix}$$
ist eine Schubspiegelung. Man berechne die Spiegelungsgerade und den Schubvektor.

99. Man bestimme die Gleichung der Ellipse in Hauptlage durch die Punkte $(2, 2)$ und $(1, 4)$.

100. Man bestimme die Gleichung der Parabel in Hauptlage, die durch den Punkt $(4, 16)$ geht.

101. Man bestimme die Gleichung der Hyperbel in Hauptlage, die Brennweite 3 hat und durch den Punkt $(4, 1)$ geht.