

МОСКОВСКИЙ ИНСТИТУТ ЭЛЕКТРОННОГО МАШИНОСТРОЕНИЯ

На правах рукописи

НЕРЕТИН Юрий Александрович

КАТЕГОРНЫЕ ОБОЛОЧКИ БЕСКОНЕЧНОМЕРНЫХ ГРУПП
И ПРЕДСТАВЛЕНИЯ КАТЕГОРИИ РИМАНОВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

01.01.06 - Математическая логика, алгебра, теория
чисел

Диссертация
на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Москва 1990

1990-2

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	4
Обозначения и терминология.....	I4
Глава I. Морфизмы канонических коммутационных соотношений и симплектическая категория.	
§1. Операторы $B[S]$	17
§2. Симплектическая категория и представление Вейля.....	28
§3. Симплектическая категория и симметрические пространства	45
§4. Теоремы об ограниченности операторов	54
§5. Аффинная симплектическая категория и операторы $B[S h^t]$	60
Глава II. Ортогональная категория и морфизмы канонических коммутационных соотношений.....	
§6. Операторы Березина в фермионном пространстве Фока.....	66
§7. Ограниченность операторов Березина в полинормированном фермионном пространстве Фока.....	76
§8. Ортогональная категория и спинорное представление.....	81
§9. Операторы Березина в гильбертовом пространстве.....	101
§10. Категории \overline{GA} , \overline{B} , \overline{C}	114
Глава III Голоморфные продолжения представлений группы дiffeоморфизмов окружности.	
§11. Алгебра Вирасоро.....	119
§12. Полугруппа Γ	128
§13. Конструкции представления полугруппы Γ	136
§14. Явные формулы.....	150
§15. Категория $Shtan$ Концевича - Сигала.....	162
§16. Представления категории $Shtan$	174

Глава IV. Представления категорий GA, B, C, D .

§17. Формулировка классификационных теорем..... 186
 §18. Конструкции представлений..... 195
 §19. Доказательства классификационных теорем..... 203

Глава V. Представления категорий U, Sp, SO^* .

§20. Категории U, Sp, SO^* и двойственность Хау..... 217
 §21. Доказательства теорем двойственности..... 227
 §22. Обобщенные дробно-линейные отображения как морфизмы симметрических пространств..... 238
 §23. Категорные оболочки бесконечномерных групп и представления категорий..... 244
 Литература..... 251

Введение.

Диссертация посвящена изучению двух недавно обнаруженных математических явлений:

1. Пусть G - бесконечномерная группа и пусть G имеет содержательную теорию представлений. Тогда с G жестким образом связана некоторая категория $\mathcal{K} = \mathcal{K}(G)$, сама группа G выступает в качестве группы автоморфизмов одного из объектов категории \mathcal{K} , а любое представление G жестким образом продолжается на \mathcal{K} . Это, в сущности, означает, что теория представлений бесконечномерных групп является на самом деле теорией представлений категорий.

2. Возникающие таким образом категории имеют теорию представлений, которая интересна сама по себе, без всякой связи с бесконечномерными группами.

Эти явления были осознаны в 1987 - 1988 гг (см. [83], [38], [39], [41]), однако неявно математика имела дело с подобными категориями, начиная с 60^{ых} годов. Речь идет о так называемых "теоремах мультипликативности", в этих теоремах обычно появлялись (как мы сейчас понимаем) некоторые подмножества множества морфизмов категории \mathcal{K} и показывалось, что на этих подмножествах существует естественное умножение. Первые теоремы мультипликативности были получены Э.Тома [91] и Р.С.Исмагиловым [17]-[18], и в 70^{ые} годы подобные конструкции стали одним из главных инструментов теории представлений бесконечномерных групп. (см. работы Р.С.Исмагилова [19], [20], А.Либермана [82], С.Стратилы, Д.Войкулеску [93], А.М.Вершика, С.В.Керова, И.М.Гельфанда, М.И.Граева [9], [7], наша работа сравнительно