

**CHARAKTERE ENDLICHER GRUPPEN
UND TEILBARKEITSFRAGEN
(ZUSAMMENFASSUNG)**

ADALBERT KERBER

G := endliche Gruppe mit \mathbb{C} -Darstellung D vom Charakter χ^D , mit irreduzibler \mathbb{C} -Darstellung D_i vom Charakter ζ^i und Dimension f^i , D_1 :=Einsdarstellung.

S_n := symmetrische Gruppe auf $\{1, 2, \dots, n\}$, $\pi \in S_n$, $a_k(\pi)$:= Anzahl der k -Zyklen von π .

Dann gilt (vgl. Proc. Strasbourg 1976):

$$\chi^{D \blacktriangleleft_n D_i}(\pi) := \frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} \zeta^i(g^{-1}) \prod_{k=1}^n \chi^D(g^k)^{a_k(\pi)}$$

ist ein Charakter von S_n . Wir setzen

$$c_{i,n} := \chi^{D_i \blacktriangleleft_n D_1}((1 \dots n)) = \frac{1}{|G|} \sum_g \zeta^i(g^n),$$

(so daß zum Beispiel $c_{i,1} = \delta_{i,1}$, $c_{i,2} \in \{\pm 1, 0\}$ je nach Art von D_i).

Diese Zahlen tauchen häufig auf bei Teilbarkeitsuntersuchungen. So gilt zum Beispiel

Satz. Sind $n_1, \dots, n_k \in \mathbb{N}$, $k \geq 2$, $C \subseteq G$ eine Konjugiertenklasse von G , so ist die Anzahl der Lösungen $(g_1, \dots, g_k) \in G^k$ von

$$g_1^{n_1} \cdots g_k^{n_k} \in C$$

gleich

$$|G| \sum_i \left(\frac{|G|}{f^i} \right)^{k-2} \left(\prod_j c_{i,n_j} \right) \frac{|C|}{f^i} \zeta^i(g^{-1}),$$

$g \in C$, also insbesondere teilbar durch $|G| \cdot \text{ggT}\{(|G|/f^i)^{k-2}\}$.

Für weitere Resultate dieser Art vgl. § 5.3 im Buch von James/Kerber [1], sowie [2].

LITERATUR

1. G. James and A. Kerber, *The representation theory of the symmetric group*, Encyclopedia of Math. and its Applications, Addison Wesley, Reading, Massachusetts, 1981.
2. A. Kerber and B. Wagner, *Gleichungen in endlichen Gruppen*, Archiv Math. **35** (1980), 252–263.

UNIVERSITÄT BAYREUTH, LEHRSTUHL MATHEMATIK II, D-95440 BAYREUTH, GERMANY