" Zur 2-Dimension der Kronen S_k^n " (Abstract)

Jürgen Stahl

Die 2-Dimension einer endlichen geordneten Menge P – $\dim_2 P$ –, definiert als die kleinste natürliche Zahl n, so daß P in das direkte Produkt von n 2-elementigen Ketten eingebettet werden kann, gehört zu den natürlichsten Dimensionsbegriffen, die für geordnete Mengen betrachtet worden sind. So lässt sich das Problem der Bestimmung der 2-Dimension etwa interpretieren als die Suche nach einer minimalen Mengendarstellung für eine geordnete Menge, was auf direktem Weg zu Fragestellungen der"extremal set theory" führt. Andererseits kann man aber die 2-Dimension auch ansehen als das Problem der Auffindung einer optimalen binären Codierung für eine geordnete Menge, sprich: was ist der minimale Speicherplatz, der benötigt wird, um eine geordnete Menge in einem Computer "direkt" abzuspeichern?

Am Beispiel der Kronen, einer in der Ordnungstheorie sehr häufig auftretenden Klasse geordneter Mengen, sollen einige Aspekte der 2-Dimension verdeutlicht werden. Ausgehend von einem Gegenbeispiel zu der in (T) aufgestellten Behauptung $\dim_2 S_k^n = n$ wird insbesondere folgende Abschätzung für die 2-Dimension von Kronen bewiesen :

Bezeichnet f(t,k) die größte natürliche Zahl (in Abhängigkeit von k), so daß eine Krone dieser Größe in das Produkt von t 2-elementigen Ketten eingebettet werden kann, so gilt:

(i) $f(t,k) \geq \dfrac{2^t}{c_o t^c}$ für alle Primzahlpotenzen $t > t_o(k)$

(ii) $f(t,2) \geq \dfrac{2^t}{c_1 t^{5.98}}$ für alle $t > t_1$.

Dabei sind c, c_o, c_1 Konstanten, die nur von k abhängen.

Literatur :

(T) W.T.Trotter, "Embedding finite posets in cubes", Discrete Mathematics 12 (1975), p.165 - 172

J.Stahl, "On the 2-dimension of the crown S_k^n", TH Darmstadt Preprint Nr.800, Febr. 1984

Jürgen Stahl
Fb 4, AG 1
TH Darmstadt
6100 Darmstadt