

Name, Vorname

Matrikelnummer

Unterschrift

Dauer: 40 Minuten für Teil 1, 80 Minuten insgesamt. Jede Übung hat genau eine korrekte Antwort. Merken Sie sie so **■** an. Für jede Antwort: Richtig = +3, Leer = 0, Falsch = -1.  
Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.

1. Sei  $a_n = n^3 \arctan(2n^{-3})$ . Dann **a**  $a_n \rightarrow +\infty$ . **b**  $a_n \rightarrow 0$ . **c**  $a_n \rightarrow 2$ . **d**  $a_n \rightarrow 1/2$ .
2. Sei  $A = \{z \in \mathbb{C} : z^3 + 2 = 0\}$  und  $\alpha = 2\sqrt{3} \sup\{\operatorname{Im} z : z \in A\}$ . Dann: **a**  $\alpha = 3\sqrt[3]{2}$ . **b**  $\alpha = 2/3$ . **c**  $\alpha = 2^3$ . **d**  $\alpha = \sqrt[3]{2}$ .
3. Sei  $f : x \in \mathbb{R} \mapsto -x^4 - 2x^3 + 7x$  und  $A = \{\alpha \in \mathbb{R} : f \text{ ist konkav in } (-\infty, \alpha)\}$ . Dann: **a**  $\sup A = 1$ . **b**  $\inf A = 1$ . **c**  $\inf A = -1$ . **d**  $\sup A = -1$ .
4. Sei  $a_n \rightarrow 1$ . Dann: **a**  $a_n \leq 1$  fast immer. **b**  $a_n \geq 1$  fast immer. **c**  $a_n \geq 0$  fast immer. **d**  $a_n \leq 0$  fast immer.
5. Sei  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  differenzierbar mit  $f'(1) = f''(1) = 1/2$  und  $g(x) = f(e^{5x})$ . Welchen Wert hat  $g''(0)$ ? **a** 5. **b** -5. **c**  $5^2$ . **d**  $1/5$ .
6. Sei  $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  konvex und  $f(0) = f(2) = 0$ . Dann **a**  $f(1) \leq 0$ . **b**  $f(1) > 0$ . **c**  $f(1) < 0$ . **d**  $f(1) = 0$ .
7. Sei  $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n = 1$ . Dann: **a**  $a_n \geq 0$  fast immer. **b**  $a_n \rightarrow 1$ . **c**  $\sum_{n=0}^{+\infty} |a_n|$  konvergiert. **d**  $\forall \varepsilon > 0 : a_n > -\varepsilon$  fast immer.
8. Sei  $a_n \rightarrow +\infty$ . Dann: **a**  $\exists m \forall n \geq m : a_n \geq m$ . **b**  $\exists n \exists m \leq n : a_n \geq m$ . **c**  $\exists n \forall m \geq n : a_n \geq m$ . **d**  $\forall m \forall n \geq m : a_n \geq m$ .
9. Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ungerade und differenzierbar. Dann: **a**  $f'(0) = 0$ . **b**  $f'$  ist ungerade. **c**  $f' \geq 0$ . **d**  $f'$  ist gerade.
10. Sei  $a_n = \sin(100/n)$ . Dann: **a**  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{2n} a_{2n}$  konvergiert. **b**  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n a_n$  konvergiert. **c**  $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$  konvergiert. **d**  $\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{a_n}$  konvergiert.

Bitte nicht unter der Linie schreiben

Name, Vorname

Matrikelnummer

Unterschrift

Zeit: 40 Minuten für Teil 1, 80 Minuten insgesamt.

Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.

11. Sei  $f(x) = -\ln(3-x)$  für alle  $x < 3$  und sei  $y = g(x)$  die Gleichung, die die Tangente zum Graph von  $f$  an der Stelle  $(3-e^3, -3)$  definiert. Berechnen Sie die Summe der Reihe  $\sum_{n=0}^{+\infty} 3(g(3))^{-n}$ .

Merken Sie die richtige Antwort an:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

(Richtig = +5, Leer = 0, Falsch = -2)

12. Berechnen Sie den Limes

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( -\frac{2 \sin(1 - e^{2x} + 2 \sin x)}{x^2} + \frac{\ln(1+x^2)}{\cosh x} \right).$$

(Zur Erinnerung:  $\cosh x = (e^x + e^{-x})/2$ .)

Merken Sie die richtige Antwort an:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

(Richtig = +5, Leer = 0, Falsch = -2)

13. Beweisen Sie den folgenden Satz:

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ differenzierbar und } f' \geq 2 \quad \implies \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty.$$

(Bis zum = +10, Leer = Falsch = 0)

Bitte nicht unter der Linie schreiben

Name, Vorname  Matrikelnummer

Unterschrift

Dauer: 40 Minuten für Teil 1, 80 Minuten insgesamt. Jede Übung hat genau eine korrekte Antwort. Merken Sie sie so **■** an. Für jede Antwort: Richtig = +3, Leer = 0, Falsch = -1.  
Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.

1. Sei  $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n = 1$ . Dann: **a**  $a_n \rightarrow 1$ . **b**  $a_n \geq 0$  fast immer. **c**  $\forall \varepsilon > 0 : a_n > -\varepsilon$  fast immer. **d**  $\sum_{n=0}^{+\infty} |a_n|$  konvergiert.
2. Sei  $f : x \in \mathbb{R} \mapsto -x^4 - 2x^3 + 9x$  und  $A = \{\alpha \in \mathbb{R} : f \text{ ist konkav in } (-\infty, \alpha)\}$ . Dann: **a**  $\sup A = -1$ . **b**  $\inf A = -1$ . **c**  $\inf A = 1$ . **d**  $\sup A = 1$ .
3. Sei  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  differenzierbar mit  $f'(1) = f''(1) = 1/2$  und  $g(x) = f(e^{4x})$ . Welchen Wert hat  $g''(0)$ ? **a** -4. **b** 1/4. **c** 4. **d** 4<sup>2</sup>.
4. Sei  $a_n = \sin(100/n)$ . Dann: **a**  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n a_n$  konvergiert. **b**  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{2n} a_{2n}$  konvergiert. **c**  $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$  konvergiert. **d**  $\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{a_n}$  konvergiert.
5. Sei  $a_n = n^3 \arctan(4n^{-3})$ . Dann **a**  $a_n \rightarrow 0$ . **b**  $a_n \rightarrow 4$ . **c**  $a_n \rightarrow +\infty$ . **d**  $a_n \rightarrow 1/4$ .
6. Sei  $a_n \rightarrow +\infty$ . Dann: **a**  $\exists n \forall m \geq n : a_n \geq m$ . **b**  $\exists n \exists m \leq n : a_n \geq m$ . **c**  $\exists m \forall n \geq m : a_n \geq m$ . **d**  $\forall m \forall n \geq m : a_n \geq m$ .
7. Sei  $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  konvex und  $f(0) = f(2) = 0$ . Dann **a**  $f(1) = 0$ . **b**  $f(1) > 0$ . **c**  $f(1) < 0$ . **d**  $f(1) \leq 0$ .
8. Sei  $A = \{z \in \mathbb{C} : z^3 + 7 = 0\}$  und  $\alpha = 2\sqrt{3} \sup\{\operatorname{Im} z : z \in A\}$ . Dann: **a**  $\alpha = \sqrt[3]{7}$ . **b**  $\alpha = 7/3$ . **c**  $\alpha = 7^3$ . **d**  $\alpha = 3\sqrt[3]{7}$ .
9. Sei  $a_n \rightarrow 1$ . Dann: **a**  $a_n \geq 1$  fast immer. **b**  $a_n \leq 1$  fast immer. **c**  $a_n \leq 0$  fast immer. **d**  $a_n \geq 0$  fast immer.
10. Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ungerade und differenzierbar. Dann: **a**  $f'$  ist ungerade. **b**  $f' \geq 0$ . **c**  $f'$  ist gerade. **d**  $f'(0) = 0$ .

Bitte nicht unter der Linie schreiben

Name, Vorname

Matrikelnummer

Unterschrift

Zeit: 40 Minuten für Teil 1, 80 Minuten insgesamt.

Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.

11. Sei  $f(x) = -\ln(4-x)$  für alle  $x < 4$  und sei  $y = g(x)$  die Gleichung, die die Tangente zum Graph von  $f$  an der Stelle  $(4-e^4, -4)$  definiert. Berechnen Sie die Summe der Reihe  $\sum_{n=0}^{+\infty} 4(g(4))^{-n}$ .

Merken Sie die richtige Antwort an:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

(Richtig = +5, Leer = 0, Falsch = -2)

12. Berechnen Sie den Limes

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( -\frac{2 \sin(1 - e^{3x} + 3 \sin x)}{x^2} + \frac{\ln(1 + x^3)}{\cosh x} \right).$$

(Zur Erinnerung:  $\cosh x = (e^x + e^{-x})/2$ .)

Merken Sie die richtige Antwort an:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

(Richtig = +5, Leer = 0, Falsch = -2)

13. Beweisen Sie den folgenden Satz:

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ differenzierbar und } f' \geq 2 \quad \implies \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty.$$

(Bis zum = +10, Leer = Falsch = 0)

Bitte nicht unter der Linie schreiben