

Name, Vorname Matrikelnummer

Unterschrift

Dauer: 40 Minuten für Teil 1, 80 Minuten insgesamt. Jede Übung hat genau eine korrekte Antwort. Merken Sie sie so **■** an. Für jede Antwort: Richtig = +3, Leer = 0, Falsch = -1.
Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.

1. Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ konvex. Dann: **a** $f \leq 0 \Rightarrow f$ konstant. **b** $f \geq 0 \Rightarrow f$ konstant. **c** f konstant $\Rightarrow f \geq 0$. **d** f nicht konstant.
2. Sei $a_n = n \ln(1 + 3/n)$. Dann: **a** a_n konvergiert nicht. **b** $a_n \rightarrow 3$. **c** $a_n \rightarrow 0$. **d** $a_n \rightarrow +\infty$.
3. Sei $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ konvergent. Dann: **a** $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^{1/3} = +\infty$. **b** a_n nicht beschränkt. **c** $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^{1/3} < +\infty$. **d** $\sin a_n \rightarrow 0$.
4. Sei $a_n \rightarrow 0$. Dann: **a** $\forall m \in \mathbb{N} \forall n \in \mathbb{N} : a_n < 1/m$. **b** $\exists m \in \mathbb{N} \exists n \in \mathbb{N} : a_n < 1/m$. **c** $\forall n \in \mathbb{N} \forall m \in \mathbb{N} : a_n < m$. **d** $\exists n \in \mathbb{N} \forall m \in \mathbb{N} : a_n < 1/m$.
5. Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gerade und differenzierbar. Dann: **a** $f'(0) = 0$. **b** f' gerade. **c** f' nicht gerade. **d** $x \mapsto f(x)f'(x)$ gerade.
6. Sei $s = \sum_{k=1}^{+\infty} 4^{-k}$. Welchen Wert hat $1/s$? **a** 5. **b** 4. **c** 3. **d** 2.
7. Sei $f : x \mapsto x^2 \sin(e^{x^2})$. Welchen Wert hat $f''(0)$? **a** $2 \sin 1$. **b** $\sin 1$. **c** 2. **d** $-\sin 1$.
8. Sei $y = g(x)$ die Gleichung, die die Tangente zum Graph von $f : x \mapsto x \cos(\pi x)$ in $(1, -1)$ definiert. Welchen Wert hat $g(2)$? **a** -1. **b** -2. **c** 1. **d** 2.
9. Sei $a_n \geq 0$ und $\sum_{n=1}^{+\infty} n a_n < +\infty$. Dann: **a** $n^2 a_n \rightarrow +\infty$. **b** $a_n \rightarrow +\infty$. **c** $a_n < 1/n$. **d** $n^{1/2} a_n \rightarrow 0$.
10. Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ konvex und $g(x) = -f(-x)$. Dann: **a** g ungerade. **b** g konkav. **c** g gerade. **d** g konvex.

Bitte nicht unter der Linie schreiben

Name, Vorname Matrikelnummer Unterschrift

Zeit: 40 Minuten für Teil 1, 80 Minuten insgesamt.

Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.

11. Seien $f : x \in \mathbb{R} \mapsto x^3 - 3x$ und $A \subset \mathbb{R}$ das größte Intervall, sodass $0 \in A$ und f monoton und konvex in A ist. Welchen Wert hat $3 \sup A - 7 \inf A$?

Merken Sie die richtige Antwort an:

 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25

(Richtig = +5, Leer = 0, Falsch = -2)

12. Berechnen Sie den Limes

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{\sin(x^2)} - 1}{1 - \cos x} + \frac{1}{x} \ln(1 - x) \right).$$

Merken Sie die richtige Antwort an:

 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25

(Richtig = +5, Leer = 0, Falsch = -2)

13. Beweisen Sie den folgenden Satz:

$$a_n \geq 1 \quad \implies \quad \sum_{n=1}^{+\infty} a_n = +\infty.$$

(Bis zum = +10, Leer = Falsch = 0)