

Name, Vorname Matrikelnummer Unterschrift

Dauer: 40 Minuten für Teil 1, 80 Minuten insgesamt. Jede Übung hat genau eine korrekte Antwort. Merken Sie sie so an. Für jede Antwort: Richtig = +3, Leer = 0, Falsch = -1.
Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.

1. Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ konvex. Dann: $f \leq 0 \Rightarrow f$ konstant. $f \geq 0 \Rightarrow f$ konstant. f konstant $\Rightarrow f \geq 0$.
 f nicht konstant.
2. Sei $a_n = n \ln(1 + 3/n)$. Dann: a_n konvergiert nicht. $a_n \rightarrow 3$. $a_n \rightarrow 0$. $a_n \rightarrow +\infty$.
3. Sei $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ konvergent. Dann: $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^{1/3} = +\infty$. a_n nicht beschränkt. $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^{1/3} < +\infty$.
 $\sin a_n \rightarrow 0$.
4. Sei $a_n \rightarrow 0$. Dann: $\forall m \in \mathbb{N} \forall n \in \mathbb{N} : a_n < 1/m$. $\exists m \in \mathbb{N} \exists n \in \mathbb{N} : a_n < 1/m$.
 $\forall n \in \mathbb{N} \forall m \in \mathbb{N} : a_n < m$. $\exists n \in \mathbb{N} \forall m \in \mathbb{N} : a_n < 1/m$.
5. Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gerade und differenzierbar. Dann: $f'(0) = 0$. f' gerade. f' nicht gerade. $x \mapsto f(x)f'(x)$ gerade.
6. Sei $s = \sum_{k=1}^{+\infty} 4^{-k}$. Welchen Wert hat $1/s$? 5. 4. 3. 2.
7. Sei $f : x \mapsto x^2 \sin(e^{x^2})$. Welchen Wert hat $f''(0)$? $2 \sin 1$. $\sin 1$. 2. $-\sin 1$.
8. Sei $y = g(x)$ die Gleichung, die die Tangente zum Graph von $f : x \mapsto x \cos(\pi x)$ in $(1, -1)$ definiert. Welchen Wert hat $g(2)$? -1. -2. 1. 2.
9. Sei $a_n \geq 0$ und $\sum_{n=1}^{+\infty} na_n < +\infty$. Dann: $n^2 a_n \rightarrow +\infty$. $a_n \rightarrow +\infty$. $a_n < 1/n$. $n^{1/2} a_n \rightarrow 0$.
10. Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ konvex und $g(x) = -f(-x)$. Dann: g ungerade. g konkav. g gerade. g konvex.

Bitte nicht unter der Linie schreiben

Name, Vorname

Matrikelnummer

Unterschrift

Zeit: 40 Minuten für Teil 1, 80 Minuten insgesamt.

Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.

11. Seien $f : x \in \mathbb{R} \mapsto x^3 - 3x$ und $A \subset \mathbb{R}$ das größte Intervall, sodass $0 \in A$ und f monoton und konvex in A ist. Welchen Wert hat $3 \sup A - 7 \inf A$?

Merken Sie die richtige Antwort an:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

(Richtig = +5, Leer = 0, Falsch = -2)

12. Berechnen Sie den Limes

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{\sin(x^2)} - 1}{1 - \cos x} + \frac{1}{x} \ln(1 - x) \right).$$

Merken Sie die richtige Antwort an:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

(Richtig = +5, Leer = 0, Falsch = -2)

13. Beweisen Sie den folgenden Satz:

$$a_n \geq 1 \quad \implies \quad \sum_{n=1}^{+\infty} a_n = +\infty.$$

(Bis zum = +10, Leer = Falsch = 0)