

Name, Vorname

Matrikelnummer

Unterschrift

Dauer: 40 Minuten für Teil 1, 80 Minuten insgesamt. Jede Übung hat genau eine korrekte Antwort. Merken Sie sie so  an. Für jede Antwort: Richtig = +3, Leer = 0, Falsch = -1.  
Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.

1. Sei  $f \in C^2(\mathbb{R})$  konvex und  $g(x) = e^{f(x)}$  für alle  $x \in \mathbb{R}$ . Dann:   $g$  ist konvex.   $g$  ist monoton.  
  $g$  ist nicht gerade.   $g$  ist nicht beschränkt.
2. Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  gerade und  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ungerade. Dann:   $f \circ g$  ist nicht gerade.   $f \circ g$  ist gerade.  
  $g \circ f$  ist nicht gerade.   $fg$  ist gerade.
3. Sei  $f : x \in \mathbb{R} \mapsto 5x^2 \sin(5x) + e^{x^2}$ . Welchen Wert hat  $f''(0)$ ?   $\pi$ .  0.  5.  2.
4. Sei  $A$  das kleinste konvexe Polygon, das alle die Lösungen von  $(z^3+z)(z-1) = 0$  enthält. Welchen Wert hat die Fläche von  $A$ ?  2.  1.  4.  0.
5.   $\forall n \in \mathbb{N} \exists m \in \mathbb{N} : m + n \geq mn$ .   $\exists m \in \mathbb{N} \forall n \in \mathbb{N} : m + n < mn$ .   $\forall n, m \in \mathbb{N} : m + n \geq mn$ .  
  $\forall n, m \in \mathbb{N} : m + n < mn$ .
6. Sei  $a_n \geq 0$ . Dann:   $\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{a_n} = +\infty \Rightarrow \sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2 = +\infty$ .   $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2 < +\infty \Rightarrow \sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{a_n} < +\infty$ .  
  $\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{a_n} < +\infty \Rightarrow \sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2 < +\infty$ .   $\sum_{n=1}^{+\infty} (\sqrt{a_n} + a_n^2) = +\infty$ .
7. Sei  $a_n \rightarrow \ell \in \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$  und  $b_n \rightarrow 0$ . Dann:   $\sin(a_n) \sin(b_n) \rightarrow 0$ .   $a_n \sin(b_n) \rightarrow 0$ .  
  $a_n \sin(b_n) \rightarrow +\infty$ .   $a_n b_n$  nicht beschränkt.
8. Sei  $s = \sum_{n=0}^{+\infty} (-e)^{-n}$ . Dann:   $s = +\infty$ .   $s < 1$ .   $s = 0$ .   $s = e$ .
9. Sei  $y = g(x)$  die Gleichung, die der Tangente an den Graphen von  $f : x \in \mathbb{R} \mapsto 2 \sin x + e^{2x}$  in  $(0, 1)$  entspricht. Welchen Wert hat  $g(2) - g'(1)$ ?  -5.  0.  1.  5.
10. Sei  $A = \{q \in \mathbb{Q} : \exists n \in \mathbb{N} \text{ sodass } nq \in \mathbb{N}\}$  (Zur Erinnerung:  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ ). Dann:   $\sup A = 1$ .  
  $\inf A = 0$ .   $q \in A \Rightarrow -q \in A$ .   $q^2 \in A \Rightarrow q \in A$ .

Bitte nicht unter der Linie schreiben

Name, Vorname  Matrikelnummer Unterschrift 

Zeit: 40 Minuten für Teil 1, 80 Minuten insgesamt.

Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.

11. Sei  $s = \sum_{n=0}^{+\infty} (\cos(n\pi))^n 3^{-n}$ . Welchen Wert hat  $4s$ ?

Merken Sie die richtige Antwort an:

 0  1  2  3  4  5  6  7  8  9  10  11  12  13  14  15  16  17  18  19  20  21  22  23  24

(Richtig = +5, Leer = 0, Falsch = -2)

12. Berechnen Sie den Limes

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{\arctan(3x^2)}{2 \cos x - 2} + 3xe^{-3/x} \right).$$

Merken Sie die richtige Antwort an:

 -9  -8  -7  -6  -5  -4  -3  -2  -1  0  1  2  3  4  5  6  7  8  9  10  11  12  13  14  15  16

(Richtig = +5, Leer = 0, Falsch = -2)

13. Beweisen Sie den folgenden Satz:

$$f \in C^1(\mathbb{R}) \text{ gerade} \implies f'(0) = 0.$$

(Bis zum = +10, Leer = Falsch = 0)

Bitte nicht unter der Linie schreiben