

Name, Vorname

Matrikelnummer

Unterschrift

Dauer: 40 Minuten für Teil 1, 80 Minuten insgesamt. Jede Übung hat genau eine korrekte Antwort. Merken Sie sie so an. Für jede Antwort: Richtig = +3, Leer = 0, Falsch = -1.
Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.

1. Sei die Reihe $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ konvergent. Dann: $\sum_{k=n}^{+\infty} a_k \rightarrow 0$. $\sum_{k=1}^n a_k \rightarrow 0$. $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2$ ist konvergent. $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n a_n$ ist konvergent.
2. Sei $a_n \rightarrow 1$. Dann: $b_n = \sum_{k=1}^n a_k$ konvergiert. $b_n = \sum_{k=1}^n a_k$ ist nicht beschränkt. $b_n = \sum_{k=1}^n a_k \leq n$ fast immer. $b_n = \sum_{k=n}^{2n} a_k = 2n + 1$.
3. Sei $f : x \in \mathbb{R} \mapsto x^5 e^{-5x}$. Welchen Wert hat $f'(1) + f''(1)$? $5e^5$. $5e^{-5}$. e^{-5} . $-5e^{-5}$.
4. Sei A das kleinste konvexe Polygon, das alle die Lösungen von $(z^2 + 2z + 2)(z - 7) = 0$ enthält. Welchen Wert hat die Fläche von A ? 7. 8. 1. 15.
5. Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, sodass $f((-1)^n x) = (-1)^n f(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$ und $n \in \mathbb{N}$. Dann: f ist ungerade. f ist gerade. f ist nicht gerade. f ist nicht ungerade.
6. Sei $f \in C(\mathbb{R})$ mit $f(x+2) = f(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$. f ist konstant. f ist differenzierbar. f ist beschränkt. f ist nicht ungerade.
7. Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ differenzierbar. Dann: $x \mapsto |f(x)|^2$ ist differenzierbar. $x \mapsto \min\{1, f(x)\}$ ist differenzierbar. $x \mapsto (f(x))^-$ ist differenzierbar. $x \mapsto |f(x)|$ ist differenzierbar.
8. Seien die Folgen a_n und b_n mit $a_n - b_n \rightarrow 0$ gegeben. Dann: $\sum_{n=1}^{+\infty} (a_n - b_n)$ konvergiert. $a_n \rightarrow +\infty \Rightarrow b_n \rightarrow +\infty$. $a_n^2 - b_n^2 \rightarrow 0$. $a_n b_n \rightarrow 0$.
9. Sei $y = g(x)$ die Gleichung, die der Tangente an den Graphen von $f : x \in \mathbb{R} \mapsto \cos(x^2) + 2e^{2x} - 1$ in $(0, 2)$ entspricht. Welchen Wert hat $g(1)$? -6. 2. -2. 6.
10. Sei a_n beschränkt und a_{n_k} eine Teilfolge von a_n . Dann: a_{n_k} hat keine konvergente Teilfolge. a_{n_k} hat eine konvergente Teilfolge. $a_{n_k} \geq 0$ fast immer. a_{n_k} konvergiert.

Bitte nicht unter der Linie schreiben

Name, Vorname Matrikelnummer Unterschrift

Zeit: 40 Minuten für Teil 1, 80 Minuten insgesamt.

Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.

11. Sei $f(x) = x^2/14 - x$ und $A = \{x > 0 : \text{die Reihe } \sum_{n=1}^{+\infty} n^{-f'(x)-1} \text{ konvergiert}\}$. Welchen Wert hat $\inf A$?

Merken Sie die richtige Antwort an:

 0 1 2 3 4 5 6 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24

(Richtig = +5, Leer = 0, Falsch = -2)

12. Berechnen Sie den Limes

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{\arctan(3 \sin(3x))}{\cos(3x) - e^{3x}} \right).$$

Merken Sie die richtige Antwort an:

 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16

(Richtig = +5, Leer = 0, Falsch = -2)

13. Beweisen Sie den folgenden Satz:

$$a_n \geq 0, \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \text{ konvergent} \implies \sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2 \text{ konvergent.}$$

(Bis zum = +10, Leer = Falsch = 0)