Name, Vorname Matrikelnummer

Unterschrift

Dauer: 60 Minuten. Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.
Bitte schreiben Sie **leserlich** in den Rahmen.

Aufgabe 1. Stellen Sie auf und beweisen Sie den Satz über den *Anfangswertproblem der linearen Transportgleichung*.

Aufgabe 2. Seien u_1 und u_2 zwei Lösungen zu $u_t + u_x = 1$ in $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ mit $u_1(x, 0) \leq u_2(x, 0)$ für alle $x \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass $u_1 \leq u_2$ in $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Name, Vorname Matrikelnummer

Unterschrift

Dauer: 60 Minuten. Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.
Bitte schreiben Sie **leserlich** in den Rahmen.

Aufgabe 1. Stellen Sie auf und beweisen Sie den *Struktursatz des Systems der charakteristischen Gleichungen*.

Aufgabe 2. Schreiben Sie das System der charakteristischen Gleichungen einer allgemeinen quasilinearen Gleichung der estern Ordnung in $\mathbb{R}^n$.

Name, Vorname | | Matrikelnummer | |

Unterschrift | |

Dauer: 60 Minuten. Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.
Bitte schreiben Sie **leserlich** in den Rahmen.

Aufgabe 1. Stellen Sie auf und beweisen Sie die *Mittelwerteigenschaft der harmonischen Funktionen*.

Aufgabe 2. Sei $u \in C^2(\mathbb{R}^n)$ harmonisch mit

$$\left| \int_{B_1(x)} u(y)\,\mathrm{d}y \right| \leq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}^n.$$

Zeigen Sie, dass u konstant ist.

Name, Vorname | | Matrikelnummer | |

Unterschrift | |

Dauer: 60 Minuten. Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.
Bitte schreiben Sie **leserlich** in den Rahmen.

Aufgabe 1. Stellen Sie auf und beweisen Sie das *Maximumprinzip für harmonische Funktionen.*

Aufgabe 2. Seien $h \in C^2(\mathbb{R}^n)$ harmonisch, $u(x) = 2h(x) + |x|^2$ und $v(x) = -h(x) + |x|^2$ für alle $x \in \mathbb{R}^n$. Zeigen Sie folgendes:

$$u = v \quad \text{auf} \quad \partial B_1(0) \quad \Rightarrow \quad u = v \quad \text{in} \quad B_1(0).$$

Name, Vorname Matrikelnummer

Unterschrift

Dauer: 60 Minuten. Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.
Bitte schreiben Sie **leserlich** in den Rahmen.

Aufgabe 1. Stellen Sie auf und beweisen Sie den *Liouville-Satz für harmonische Funktionen*.

Aufgabe 2. Sei $u \in C^2(\mathbb{R}^n)$ harmonisch und $x \mapsto \tan u(x) + \mathrm{e}^{-|x|^2}$ beschränkt. Zeigen Sie, dass u konstant ist.

Name, Vorname Matrikelnummer

Unterschrift

Dauer: 60 Minuten. Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.
Bitte schreiben Sie **leserlich** in den Rahmen.

Aufgabe 1. Stellen Sie auf und beweisen Sie das *Vergleichsprinzip für kalorische Funktionen auf beschränkten Mengen.*

Aufgabe 2. Sei $u \in C^2(\mathbb{R}^n \times \mathbb{R})$ positiv für $|x| \geq 1$ oder $|t| \geq 1$ und $u(0,0) = -1$. Zeigen Sie, dass u ist nicht kalorisch in $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}$.

Name, Vorname Matrikelnummer

Unterschrift

Dauer: 60 Minuten. Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.
Bitte schreiben Sie **leserlich** in den Rahmen.

Aufgabe 1. Stellen Sie auf und beweisen Sie den Satz über die *Lösung des Cauchy-Problems der n-dimensionalen Wärmeleitungsgleichung.*

Aufgabe 2. Sei u eine Lösung des Cauchy-Problems der Wärmeleitungsgleichung in $\mathbb{R}^n \times [0, +\infty)$ mit $|u(x, 0)| \leq 1$ fü alle $x \in \mathbb{R}^n$. Zeigen Sie, dass $|u(x, t)| \leq 1$ in $\mathbb{R}^n \times [0, +\infty)$.

Name, Vorname Matrikelnummer

Unterschrift

Dauer: 60 Minuten. Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.
Bitte schreiben Sie **leserlich** in den Rahmen.

Aufgabe 1. Stellen Sie auf und beweisen Sie die *D'Alembertsche Formel für die eindimensionale Wellengleichung*.

Aufgabe 2. Berechnen Sie die Lösung des Problems: $u_{tt} = u_{xx}$ in $\mathbb{R} \times [0, +\infty)$, $u(x, 0) = x^2$ für $x \in \mathbb{R}$, $u_t(x, 0) + u(x, 0) = 1$ für $x \in \mathbb{R}$.

Partielle Differentialgleichungen Prüfung am 30.01.2017

Name, Vorname Matrikelnummer

Unterschrift

Dauer: 60 Minuten. Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.
Bitte schreiben Sie **leserlich** in den Rahmen.

Aufgabe 1. Stellen Sie auf und beweisen Sie den Satz über den *Einflussbereich der n-dimensionalen Wellengleichung.*

Aufgabe 2. Sei u eine Lösung der Wellengleichung in $\mathbb{R}^n \times [0, +\infty)$ mit $u(x, 0) \in C_c^\infty(\mathbb{R}^n)$ und $u_t(\cdot, 0) = 0$. Zeigen Sie, dass der Träger von $u(\cdot, t)$ für alle $t \geq 0$ kompakt ist.