

Name, Vorname

Matrikelnummer

Unterschrift

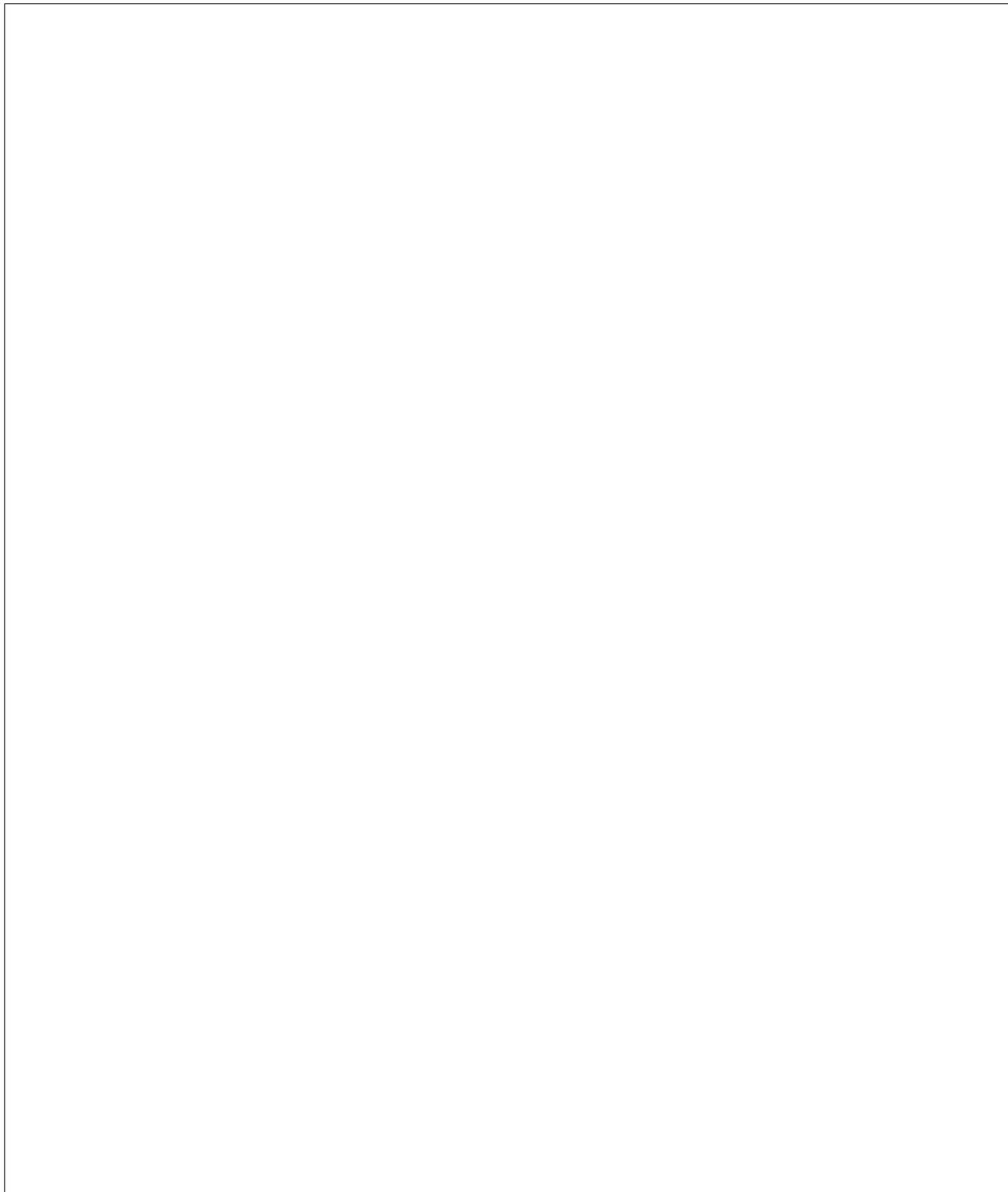
---

Dauer: 60 Minuten. Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.  
Bitte schreiben Sie **leserlich** in den Rahmen.

---

**Aufgabe 1.** Stellen Sie auf und beweisen Sie den Satz über den *Anfangswertproblem der linearen Transportgleichung*.

**Aufgabe 2.** Sei  $u$  eine Lösung von  $u_t = u_x$  in  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  mit  $x \mapsto u(x, 0)$  gerade. Zeigen Sie, dass  $u(1, 1) = u(-1, -1)$ .



Name, Vorname

Matrikelnummer

Unterschrift

---

Dauer: 60 Minuten. Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.  
Bitte schreiben Sie **leserlich** in den Rahmen.

---

**Aufgabe 1.** Stellen Sie auf und beweisen Sie den *Struktursatz des Systems der charakteristischen Gleichungen*.

**Aufgabe 2.** Stellen Sie eine charakteristische Randbedingung in  $\mathbb{R}^2$  für die Gleichung  $x_2 u_{x_1} - x_1 u_{x_2} = 0$  vor.

Name, Vorname

Matrikelnummer

Unterschrift

---

Dauer: 60 Minuten. Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.  
Bitte schreiben Sie **leserlich** in den Rahmen.

---

**Aufgabe 1.** Stellen Sie auf und beweisen Sie die *Mittelwerteigenschaft der harmonischen Funktionen*.

**Aufgabe 2.** Sei  $u \in C^2(\mathbb{R}^n)$  harmonisch. Zeigen Sie, dass der Limes  $\lim_{R \rightarrow +\infty} \int_{B_R(0)} u(y) dy$  existiert und berechnen Sie ihn.

Name, Vorname  Matrikelnummer

Unterschrift

---

Dauer: 60 Minuten. Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.  
Bitte schreiben Sie **leserlich** in den Rahmen.

---

**Aufgabe 1.** Stellen Sie auf und beweisen Sie das *Maximumprinzip für harmonische Funktionen*.

**Aufgabe 2.** Seien  $h \in C^2(\mathbb{R}^n)$  harmonisch mit  $h(x, y) = x - y$  auf  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 16\}$ . Berechnen Sie  $h(1, 2)$ .

Name, Vorname

Matrikelnummer

Unterschrift

---

Dauer: 60 Minuten. Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.  
Bitte schreiben Sie **leserlich** in den Rahmen.

---

**Aufgabe 1.** Stellen Sie auf und beweisen Sie den *Liouville-Satz für harmonische Funktionen*.

**Aufgabe 2.** Sei  $u \in C^2(\mathbb{R}^n)$  nicht konstant mit  $u^4$  beschränkt. Zeigen Sie, dass  $u$  nicht harmonisch ist.

Name, Vorname

Matrikelnummer

Unterschrift

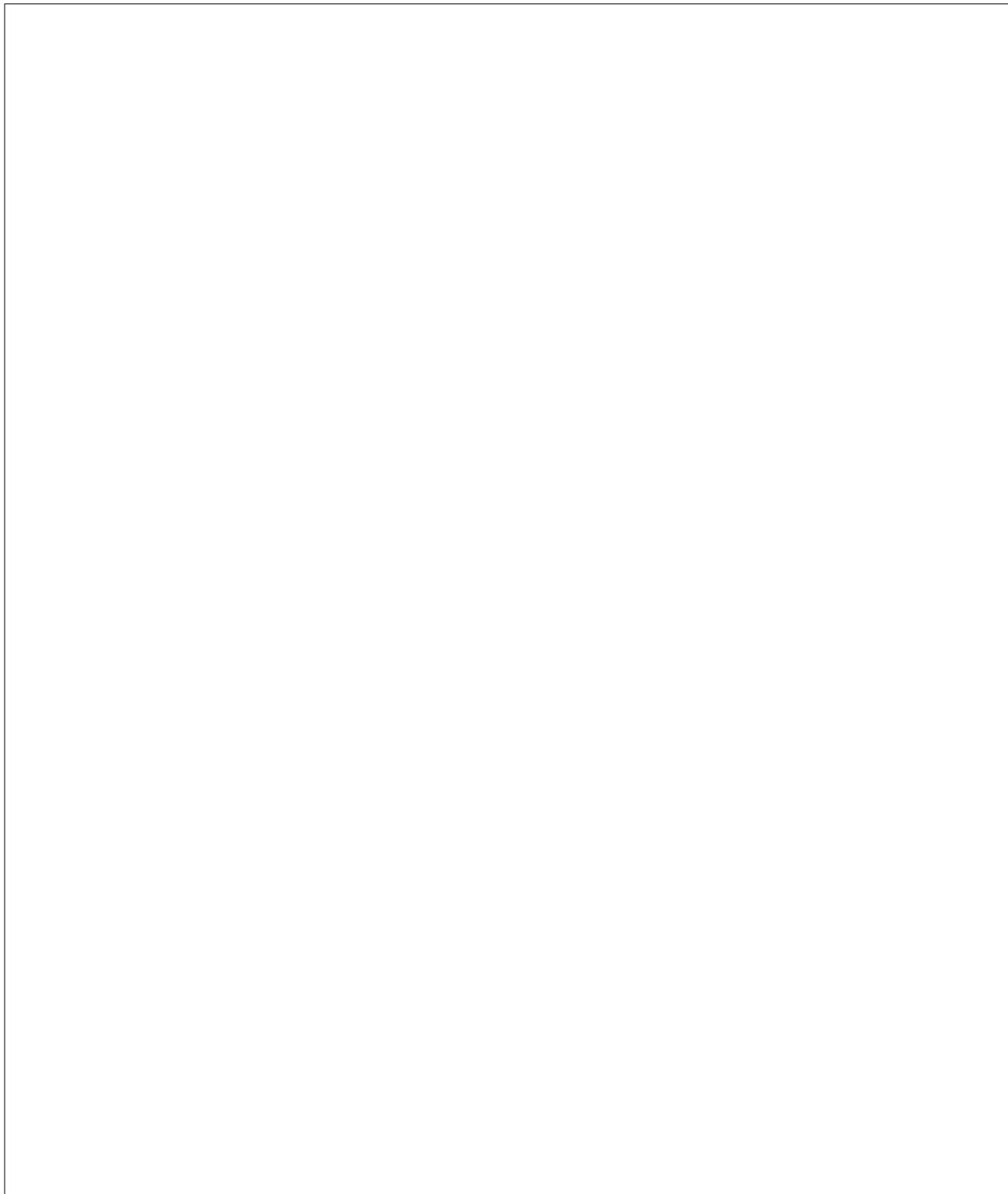
---

Dauer: 60 Minuten. Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.  
Bitte schreiben Sie **leserlich** in den Rahmen.

---

**Aufgabe 1.** Stellen Sie auf und beweisen Sie das *Vergleichsprinzip für kalorische Funktionen auf beschränkten Mengen*.

**Aufgabe 2.** Sei  $u \in C^2(\mathbb{R} \times \mathbb{R})$  harmonisch mit  $u(x, 0) = x^2$  für alle  $|x| \leq 1$  und  $u(\pm 1, t) = 1 + 2t$  für alle  $t > 0$ . Zeigen Sie, dass  $u(x, t) = x^2 + 2t$  für  $|x| \leq 1$  and  $t > 0$ .



Name, Vorname

Matrikelnummer

Unterschrift

---

Dauer: 60 Minuten. Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.  
Bitte schreiben Sie **leserlich** in den Rahmen.

---

**Aufgabe 1.** Stellen Sie auf und beweisen Sie den Satz über die *Lösung des Cauchy-Problems der n-dimensionalen Wärmeleitungsgleichung*.

**Aufgabe 2.** Sei  $u$  eine Lösung des Cauchy-Problems der Wärmeleitungsgleichung in  $\mathbb{R}^n \times [0, +\infty)$  mit  $x \mapsto u(x, 0)$  gerade. Zeigen Sie, dass für alle  $t > 0$  die Abbildung  $x \mapsto u(x, t)$  gerade ist.

Name, Vorname

Matrikelnummer

Unterschrift

---

Dauer: 60 Minuten. Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.  
Bitte schreiben Sie **leserlich** in den Rahmen.

---

**Aufgabe 1.** Stellen Sie auf und beweisen Sie die *D'Alembertsche Formel für die eindimensionale Wellengleichung*.

**Aufgabe 2.** Sei  $u$  eine Lösung von  $u_{tt} = u_{xx}$  in  $\mathbb{R} \times [0, +\infty)$  mit  $x \mapsto u(x, 0)$  gerade und  $u_t(x, 0) = 0$  für  $x \in \mathbb{R}$ . Zeigen Sie, dass für alle  $t > 0$  die Abbildung  $x \mapsto u(x, t)$  gerade ist.



Name, Vorname

Matrikelnummer

Unterschrift

---

Dauer: 60 Minuten. Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.  
Bitte schreiben Sie **leserlich** in den Rahmen.

---

**Aufgabe 1.** Stellen Sie auf und beweisen Sie den Satz über den *Einflussbereich der  $n$ -dimensionalen Wellengleichung*.

**Aufgabe 2.** Sei  $u$  eine Lösung der Wellengleichung in  $\mathbb{R}^n \times [0, +\infty)$  mit  $u(x, 0) = 1$  und  $u_t(x, 0) = 0$  für  $|x| \leq 5$ . Berechnen Sie  $u(0, 4)$ .