Name, Vorname Matrikelnummer

Unterschrift

Dauer: 60 Minuten. Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.
Bitte schreiben Sie **leserlich** in den Rahmen.

Aufgabe 1. Stellen Sie auf und beweisen Sie den Satz über den *Anfangswertproblem der linearen Transportgleichung.*

Aufgabe 2. Finden Sie eine Lösung u von $u_t + u_x = 1$ in $\{(x,t) \in \mathbb{R}^2, \text{ sodass } x + t > 0\}$ mit $x \mapsto u(r, -r) = \sin(r)$.

Name, Vorname Matrikelnummer

Unterschrift

Dauer: 60 Minuten. Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.
Bitte schreiben Sie **leserlich** in den Rahmen.

Aufgabe 1. Stellen Sie auf und beweisen Sie den *Struktursatz des Systems der charakteristischen Gleichungen.*

Aufgabe 2. Sei das Problem $u_{x_1} + u_{x_2} = u^2$ in $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ gegeben. Finden Sie ein Beispiel von Ω und $\Gamma \subset \partial\Omega$, sodass Γ eine charakteristische Randbedingung fürs Problem ist.

Name, Vorname Matrikelnummer

Unterschrift

Dauer: 60 Minuten. Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.
Bitte schreiben Sie **leserlich** in den Rahmen.

Aufgabe 1. Stellen Sie auf und beweisen Sie die *Mittelwerteigenschaft der harmonischen Funktionen*.

Aufgabe 2. Sei $u \in C^2(\mathbb{R}^n)$ mit $u(x) \leq \fint_{B(x)} u(y)\,\mathrm{d}y$ für alle Kugeln $B(x) \subset \mathbb{R}^2$. Zeigen Sie, dass u subharmonisch ist.

Name, Vorname Matrikelnummer

Unterschrift

Dauer: 60 Minuten. Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.
Bitte schreiben Sie **leserlich** in den Rahmen.

Aufgabe 1. Stellen Sie auf und beweisen Sie das *Maximumprinzip für harmonische Funktionen.*

Aufgabe 2. Sei $u \in C^2(\Omega) \cap C(\overline{\Omega})$ harmonisch mit $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ offen und unbeschränkt und $\partial\Omega$ nicht leer. Stimmt es, dass $\sup_\Omega u = \sup_{\partial\Omega} u$?

Name, Vorname Matrikelnummer

Unterschrift

Dauer: 60 Minuten. Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.
Bitte schreiben Sie **leserlich** in den Rahmen.

Aufgabe 1. Stellen Sie auf und beweisen Sie den *Liouville-Satz für harmonische Funktionen*.

Aufgabe 2. Sei $u \in C^2(\mathbb{R}^n)$ mit $x \mapsto \mathrm{e}^{u(x)}$ nicht konstant. Zeigen Sie, dass $\sin(u)$ nicht harmonisch ist.

Name, Vorname Matrikelnummer

Unterschrift

Dauer: 60 Minuten. Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.
Bitte schreiben Sie **leserlich** in den Rahmen.

Aufgabe 1. Stellen Sie auf und beweisen Sie das *Vergleichsprinzip für kalorische Funktionen auf beschränkten Mengen.*

Aufgabe 2. Seien u, $v \in C^2(\mathbb{R}^n \times \mathbb{R})$ kalorisch mit $u(x,t) = v(x,t)$ für alle $(x,t) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}$ mit $|x| > 1$ oder $t < 0$. Zeigen Sie, dass $u = v$.

Name, Vorname Matrikelnummer

Unterschrift

Dauer: 60 Minuten. Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.
Bitte schreiben Sie **leserlich** in den Rahmen.

Aufgabe 1. Stellen Sie auf und beweisen Sie den Satz über die *Lösung des Cauchy-Problems der n-dimensionalen Wärmeleitungsgleichung*.

Aufgabe 2. Sei $u \in C^2(\mathbb{R}^n \times \mathbb{R})$ eine Lösung des Problems $u_t = \Delta u$ in $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}$ mit $u(x,0) = g(x)$ und $x \mapsto g(x) \in C_c(\mathbb{R}^n)$ und ungerade. Stimmt es, dass $x \mapsto u(x,1)$ ungerade ist?

Name, Vorname Matrikelnummer

Unterschrift

Dauer: 60 Minuten. Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.
Bitte schreiben Sie **leserlich** in den Rahmen.

Aufgabe 1. Stellen Sie auf und beweisen Sie die *D'Alembertsche Formel für die eindimensionale Wellengleichung*.

Aufgabe 2. Sei u eine Lösung von $u_{tt} = u_{xx}$ in $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ mit $x \mapsto u(x, 1) \in C_c(\mathbb{R})$. Stimmt es, dass $x \mapsto u(x, 0) \in C_c(\mathbb{R})$?

Name, Vorname | | Matrikelnummer | |

Unterschrift | |

Dauer: 60 Minuten. Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.
Bitte schreiben Sie **leserlich** in den Rahmen.

Aufgabe 1. Stellen Sie auf und beweisen Sie den Satz über den *Einflussbereich der n-dimensionalen Wellengleichung.*

Aufgabe 2. Sei u eine Lösung der Wellengleichung in $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}$ mit $u(x,0) = u_t(x,0) = 0$ für alle $x \in \mathbb{R}^n$ mit $|x| > 1$. Zeigen Sie, dass $u(x,t) = 0$ für alle (x,t) mit $t > 0$ und $|x| > 1 + t$.