

Name, Vorname

Matrikelnummer

Unterschrift

Dauer: 40 Minuten für Teil 1, 80 Minuten insgesamt. Jede Übung hat genau eine korrekte Antwort. Merken Sie sie so **■** an. Für jede Antwort: Richtig = +3, Leer = 0, Falsch = -1.
Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.

1. Sei (a_n) eine Folge mit Werten in \mathbb{N} mit $a_n \rightarrow +\infty$. Dann: **a** (a_n) ist beschränkt. **b** a_n ist fast immer gerade. **c** (a_n) hat keine beschränkte Teilfolge. **d** a_n ist fast immer konstant.
2. Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zweimal differenzierbar mit $f'(1) = 1$ und $f'(-1) = -1$. Dann: **a** f ist gerade. **b** f ist nach unten beschränkt. **c** f hat einen kritischen Punkt. **d** f hat eine Maximumstelle.
3. Seien $a_n = (\sin(9/n))/(e^{-1/n} - 1)$. Welchen Wert hat $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$? **a** -9. **b** 9. **c** 0. **d** 1.
4. Sei $a_n = \arctan(2n^{-2})$. Welchen Wert hat $\inf\{p \geq 0 : \sum_{n=1}^{+\infty} a_n^p < \infty\}$? **a** 1. **b** 2. **c** 2. **d** 1/2.
5. Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = o(x)$ für $x \rightarrow 0$. Dann:
 a $x^2 = o((f(x))^2)$ für $x \rightarrow 0$. **b** $x = o(f(x))$ für $x \rightarrow 0$. **c** $(f(x))^2 = o(x^2)$ für $x \rightarrow 0$. **d** $f(x) = o(x^2)$ für $x \rightarrow 0$.
6. Sei $a_n \rightarrow 3$. Dann: **a** $\limsup_{n \rightarrow +\infty} a_n > 3$. **b** $a_n = 3$ fast immer. **c** $\inf_{n \in \mathbb{N}} a_n = 3$.
 d $\liminf_{n \rightarrow +\infty} a_n = 3$.
7. Sei $A = \{x \in \mathbb{R} : \exists z \in \mathbb{Z} \text{ mit } |x - z| < 1/11\}$. Dann: **a** A ist offen. **b** A ist beschränkt. **c** $\mathbb{Z} \not\subset A$.
 d $\inf A \in \mathbb{R}$.
8. Seien $A = \{z \in \mathbb{C} : z^2 = i\}$, $\alpha = \sup\{\operatorname{Re} z : z \in A\}$ und $\beta = \inf\{\operatorname{Im} z : z \in A\}$. Welchen Wert hat $\sqrt{2}(\beta - 2\alpha)$? **a** 2. **b** 3 **c** π . **d** -3.
9. Die Folge (a_n) hat folgende Eigenschaft: $\forall \varepsilon > 0 \exists n \in \mathbb{N} \forall m > n : a_{m+1} > a_m + \varepsilon$. Dann: **a** (a_n) ist monoton.
 b $a_n \rightarrow \ell \in \mathbb{R}$. **c** $a_n \leq 10^{10}$ fast immer. **d** $a_n \rightarrow +\infty$.
10. Seien $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zweimal differenzierbar mit $f(\alpha) = f'(\alpha) = f''(\alpha) = \alpha \neq 0$, und $g = f \circ f$ mit $g''(\alpha) = 0$. Welchen Wert hat α ? **a** 1. **b** -1. **c** 0. **d** e.

Bitte nicht unter der Linie schreiben

Name, Vorname Matrikelnummer Unterschrift

Zeit: 40 Minuten für Teil 1, 80 Minuten insgesamt.

Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.

11. Seien $A = \{x > 0 : \sum_{n=1}^{+\infty} |\ln(9x^2)|^{9n} < +\infty\}$ und $B = \{x > 0 : \sum_{n=1}^{+\infty} ((n+1)n^{-2})^{e^{x^2-4^2}} < +\infty\}$. Welchen Wert hat $(\sup A \inf A)^{-1} + \inf B$?

Merken Sie die richtige Antwort an:

 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25

(Richtig = +5, Leer = 0, Falsch = -2)

12. Berechnen Sie den Limes

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{9^2 \ln(1 + 3x^2)}{\operatorname{Sh}(e^{9x} - 1) - \sin(9x)} + \frac{4}{\pi} \arctan \left(\frac{2 - 2 \cos(x^2)}{(\sin x)^4} \right) \right).$$

Merken Sie die richtige Antwort an:

 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25

(Richtig = +5, Leer = 0, Falsch = -2)

13. Beweisen Sie folgenden Satz: $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ monoton und periodisch $\Rightarrow f$ konstant.

(Bis zum = +10, Leer = Falsch = 0)