

Name, Vorname

Matrikelnummer

Unterschrift

Dauer: 40 Minuten für Teil 1, 80 Minuten insgesamt. Jede Übung hat genau eine korrekte Antwort. Merken Sie sie so  an. Für jede Antwort: Richtig = +3, Leer = 0, Falsch = -1.  
Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.

1. Sei  $(a_n)$  eine Folge mit Werten in  $\mathbb{N}$  mit  $a_n \rightarrow +\infty$ . Dann:   $(a_n)$  ist beschränkt.   $a_n$  ist fast immer gerade.   $(a_n)$  hat keine beschränkte Teilfolge.   $a_n$  ist fast immer konstant.
2. Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  zweimal differenzierbar mit  $f'(1) = 1$  und  $f'(-1) = -1$ . Dann:   $f$  ist gerade.   $f$  ist nach unten beschränkt.   $f$  hat einen kritischen Punkt.   $f$  hat eine Maximumstelle.
3. Seien  $a_n = (\sin(9/n))/(e^{-1/n} - 1)$ . Welchen Wert hat  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$ ?  -9.  9.  0.  1.
4. Sei  $a_n = \arctan(2n^{-2})$ . Welchen Wert hat  $\inf\{p \geq 0 : \sum_{n=1}^{+\infty} a_n^p < \infty\}$ ?  1.  2.  2.  1/2.
5. Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = o(x)$  für  $x \rightarrow 0$ . Dann:  
  $x^2 = o((f(x))^2)$  für  $x \rightarrow 0$ .   $x = o(f(x))$  für  $x \rightarrow 0$ .   $(f(x))^2 = o(x^2)$  für  $x \rightarrow 0$ .   $f(x) = o(x^2)$  für  $x \rightarrow 0$ .
6. Sei  $a_n \rightarrow 3$ . Dann:   $\limsup_{n \rightarrow +\infty} a_n > 3$ .   $a_n = 3$  fast immer.   $\inf_{n \in \mathbb{N}} a_n = 3$ .  
  $\liminf_{n \rightarrow +\infty} a_n = 3$ .
7. Sei  $A = \{x \in \mathbb{R} : \exists z \in \mathbb{Z} \text{ mit } |x - z| < 1/11\}$ . Dann:   $A$  ist offen.   $A$  ist beschränkt.   $\mathbb{Z} \not\subset A$ .  
  $\inf A \in \mathbb{R}$ .
8. Seien  $A = \{z \in \mathbb{C} : z^2 = i\}$ ,  $\alpha = \sup\{\operatorname{Re} z : z \in A\}$  und  $\beta = \inf\{\operatorname{Im} z : z \in A\}$ . Welchen Wert hat  $\sqrt{2}(\beta - 2\alpha)$ ?  2.  3   $\pi$ .  -3.
9. Die Folge  $(a_n)$  hat folgende Eigenschaft:  $\forall \varepsilon > 0 \exists n \in \mathbb{N} \forall m > n : a_{m+1} > a_m + \varepsilon$ . Dann:   $(a_n)$  ist monoton.  
  $a_n \rightarrow \ell \in \mathbb{R}$ .   $a_n \leq 10^{10}$  fast immer.   $a_n \rightarrow +\infty$ .
10. Seien  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  zweimal differenzierbar mit  $f(\alpha) = f'(\alpha) = f''(\alpha) = \alpha \neq 0$ , und  $g = f \circ f$  mit  $g''(\alpha) = 0$ . Welchen Wert hat  $\alpha$ ?  1.  -1.  0.  e.

Bitte nicht unter der Linie schreiben

Name, Vorname

Matrikelnummer

Unterschrift

Zeit: 40 Minuten für Teil 1, 80 Minuten insgesamt.

Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.

11. Seien  $A = \{x > 0 : \sum_{n=1}^{+\infty} |\ln(9x^2)|^{9n} < +\infty\}$  und  $B = \{x > 0 : \sum_{n=1}^{+\infty} ((n+1)n^{-2})^{e^{x^2}-4^2} < +\infty\}$ . Welchen Wert hat  $(\sup A \inf A)^{-1} + \inf B$ ?

Merken Sie die richtige Antwort an:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

(Richtig = +5, Leer = 0, Falsch = -2)

12. Berechnen Sie den Limes

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \frac{9^2 \ln(1 + 3x^2)}{\operatorname{Sh}(e^{9x} - 1) - \sin(9x)} + \frac{4}{\pi} \arctan \left( \frac{2 - 2 \cos(x^2)}{(\sin x)^4} \right) \right).$$

Merken Sie die richtige Antwort an:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

(Richtig = +5, Leer = 0, Falsch = -2)

13. Beweisen Sie folgenden Satz:  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  monoton und periodisch  $\Rightarrow f$  konstant.

(Bis zum = +10, Leer = Falsch = 0)