Dauer: 80 Minuten insgesamt.

Kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit, kein Internet. Unterlagen sind erlaubt.

Die Aufgaben 1. bis 12. haben genau eine korrekte Antwort.
Aufgaben 1. bis 10.: Richtig = +3, Leer = 0, Falsch= −1.
Aufgaben 11. und 12.: Richtig = +5, Leer = 0, Falsch= −2
Aufgabe 13. (Beweis): bis zu +10, Leer = Falsch= 0.

Geben Sie bitte alle Antworten auf Seite 2.

---

1. Seien $f,\, g \in C(\mathbb{R})$ mit $f = \mathrm{o}(g)$ für $x \to 0$. Dann:
   a $f^2 = \mathrm{o}(g^3)$ für $x \to 0$. **b** $f = \mathrm{o}(g^2)$ für $x \to 0$. **c** $f^2 = \mathrm{o}(g^2)$ für $x \to 0$. **d** $g = \mathrm{o}(f)$ für $x \to 0$.

2. Seien $f,\, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, f konvex und g beschränkt. Dann:
   a $f \circ f$ ist konvex. **b** $f \circ g$ ist konvex. **c** $g \circ f$ ist konvex. **d** $f \circ g$ ist beschränkt.

3. Die Reihe $\sum_{n=1}^{+\infty}((-1)^n + 1)/n^2$: **a** konvergiert nicht, weder eigentlich noch uneigentlich. **b** konvergiert aber nicht absolut. **c** konvergiert absolut. **d** konvergiert uneigentlich gegen $+\infty$.

4. Sei $z \in \mathbb{C}$ eine Lösung der Gleichung $z^2 + iz = 1/4$. Dann:
   a $\sum_{n=0}^{+\infty} n^{-|z|}$ konvergiert. **b** $\sum_{n=0}^{+\infty} n^{-\mathrm{Re}(z)}$ konvergiert. **c** $\sum_{n=0}^{+\infty} z^n$ konvergiert. **d** $\sum_{n=0}^{+\infty} |2z|^n$ konvergiert.

5. Sei $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n = +\infty$. Dann: **a** $a_n \to +\infty$. **b** $a_n \geq 0$ fast immer. **c** $(a_n)^{1/2} \not\to 0$. **d** $\forall n \in \mathbb{N}\, \exists m \geq n :\ a_m > 1/m^2$.

6. Seien $f \in C^1(\mathbb{R})$ und 0 ein kritischer Punkt von f. Dann: **a** 1 ist ein kritischer Punkt von $x \mapsto x^{f(x-1)}$.
   b 1 ist ein kritischer Punkt von $x \mapsto f(x+1)$. **c** 0 ist eine Minimumstelle von $x \mapsto \arctan(f(x))$.
   d 0 ist ein kritischer Punkt von $x \mapsto f(f(x))$.

7. Welchen Wert hat $\sum_{k=1}^{+\infty}(-2)^{-k}$? **a** 2/3. **b** 1. **c** 2. **d** −1/3.

8. Sei g die Umkehrfunktion von $x \mapsto \arctan(f(x))$, wobei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(0) = 0$ und $f'(0) = 2$. Welchen Wert hat $g'(0)$?
   a 2. **b** 1/2. **c** 0. **d** −2.

9. Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ monoton wachsend. Dann: **a** $x \mapsto \sup\{f(t) \,:\, t \leq x\}$ ist monoton. **b** $x \mapsto (f(x))^3 - f(x)$ ist monoton.
   c $x \mapsto (f(x))^2$ ist monoton. **d** $x \mapsto \sin(f(x))$ ist monoton.

10. Sei $y = g(x)$ die Gleichung, die die Tangente zum Graphen von $x \mapsto x\mathrm{e}^{x^2}$ im Punkt $(1, \mathrm{e})$ entspricht.
    Welchen Wert hat $g(2)$? **a** $-\mathrm{e}$. **b** $4\mathrm{e}$. **c** 0. **d** $2\mathrm{e}$.

11. Für $x > 0$ sei $\alpha(x) = \sup\{r > 0 \,:\, \sum_{k=1}^{+\infty} r^{3k} x^{-6k}$ konvergiert$\}$. Berechnen Sie den Limes

$$\lim_{x \to 0+} \frac{\mathrm{e}^{x^4/2} - \cos(\alpha(x))}{(\ln(1 + (\sin(x/2))^2))^2}.$$

Antwort: 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25

12. Sei $f(x) = 2\mathrm{e}^x$ für $x \leq 0$ und $f(x) = 2(x+1)^2 - x^4/12$ für $x > 0$. Berechnen Sie

$$\frac{3}{10} \sup_{(-\infty,\beta]} f + \inf_{(-\infty,0]} f,$$

wobei $\beta = \sup\{r \in \mathbb{R} \,:\, f \ \text{ konvex in } \ (-\infty, r)\}$.

Antwort: 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25

13. Beweisen Sie, dass die Gleichung $z\overline{z} = i$ keine Lösung in $\mathbb{C}$ hat.

Bitte tragen Sie die Ergebnisse in die Kästchen ein.

Wenn Sie nicht drücken können, benutzen Sie bitte ein einfaches A4 Blatt.

Bitte geben Sie diese Seite samt Ihren Entwurf ab. Der Entwurf wird nicht verbessert.

Technische Fragen bitte an SSC (+43-1-4277-50401).

ERGEBNISSE

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.

13.