

Name, Vorname  Matrikel

Unterschrift

Dauer: 40 Minuten für Teil 1, 80 Minuten insgesamt. Jede Übung hat genau eine korrekte Antwort. Merken Sie sie so **■** an. Für jede Antwort: Richtig = +3, Leer = 0, Falsch = -1.  
Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.

1. Sei  $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n = 1$ . Dann: **a**  $a_n > 0$  fast immer. **b**  $a_n < 1$  fast immer. **c**  $|a_n| \leq 1/n^2$  fast immer. **d**  $a_n \rightarrow 1$ .
2. Sei  $a_n \rightarrow a$  und  $a > 0$ . Dann: **a**  $\ln a_n \rightarrow +\infty$ . **b**  $a_{n^2} \rightarrow a^2$ . **c**  $a_{2n} - a_n \rightarrow a$ . **d**  $2a_n > a$  fast immer.
3. Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  differenzierbar. Dann: **a**  $x \mapsto f(x^+)$  ist differenzierbar. **b**  $x \mapsto f(2x^+)$  ist nicht differenzierbar. **c**  $x \mapsto (f(x))^+$  ist nicht differenzierbar. **d**  $x \mapsto (f(x)|f(x)|)^2$  ist differenzierbar.
4. Sei  $a_n \rightarrow a$  und  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  stetig. Dann: **a**  $a_n + f(a_n)$  monoton. **b**  $\exists n \in \mathbb{N} : f(a_n) \geq f(a)$ . **c**  $f(a_n)$  ist beschränkt. **d**  $f(a) \geq a$ .
5. Sei  $(a_n) \subset (1, 2)$  konvergent. Dann: **a**  $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n < +\infty$ . **b**  $\sum_{n=0}^{+\infty} (a_n - 1) = +\infty$ . **c**  $\sum_{n=0}^{+\infty} (1/a_n) = +\infty$ . **d**  $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n \leq 2$ .
6. Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  monoton. Dann: **a**  $x \mapsto f(x^2)$  ist monoton. **b**  $x \mapsto f(f(x))$  ist monoton. **c**  $x \mapsto (f(x))^2$  ist monoton. **d** die Umkehrfunktion von  $f$  existiert im ganzen  $\mathbb{R}$ .
7. Sei  $(a_n)$  monoton wachsend. Dann: **a**  $(\sin(a_n))$  ist monoton. **b**  $\forall n \in \mathbb{N} : a_n \leq a_{n^2}$ . **c**  $(a_n)$  ist nicht beschränkt. **d**  $a_n \geq 0$  fast immer.
8. Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  differenzierbar und sei 0 eine Maximumstelle von  $f$ . Dann: **a**  $\arctan(f(0)) \geq \arctan(f(1))$ . **b**  $f$  ist beschränkt. **c**  $f(f(0)) \geq f(0)$ . **d**  $f'(0) \geq f'(1)$ .
9. Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  differenzierbar und  $g(x) = f(x^2)$ . Dann: **a**  $g$  ist konstant. **b**  $\exists x \in \mathbb{R} : g'(x) = 0$ . **c**  $\exists x \in \mathbb{R} : g'(x) \neq 0$ . **d**  $g' \geq 0$ .
10. Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$  stetig. Dann: **a**  $f([0, 1])$  ist beschränkt. **b**  $x \mapsto 1/f(x)$  ist beschränkt. **c**  $x \mapsto \sin(x)f(x)$  ist gerade. **d**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  existiert.

Bitte nicht schreiben unter der Linie

Name, Vorname  Matrikel Unterschrift 

Zeit: 40 Minuten für Teil 1, 80 Minuten insgesamt.

Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.

11. Sei  $f : x \in \mathbb{R} \mapsto 2x^3 - 15x^2 + 36x + 4$  und  $y = g(x)$  die Gleichung, die die Tangent zum Graf von  $f$  im Punkt  $(0, 4)$  definiert. Ferner sei  $\alpha = \inf\{a \in \mathbb{R} : f \text{ monoton in } (a, +\infty) \text{ ist}\}$ . Wie viel gilt  $g(-1) + 10\alpha$ ?

Merken Sie die richtige Antwort an:

-9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

(Richtig = +5, Leer = 0, Falsch = -2)

12. Berechnen Sie den Limes

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{12 \sin(3 - e^{x^2} - 2 \cos x)}{x^4} + \frac{2 \arctan(x^4)}{\ln(1 + x^4)} \right).$$

Merken Sie die richtige Antwort an:

-9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

(Richtig = +5, Leer = 0, Falsch = -2)

13. Beweisen Sie den folgenden Satz:

$$a_n \rightarrow 0 \iff e^{a_n} \rightarrow 1.$$

(Bis zum = +10, Leer = Falsch = 0)