

Name, Vorname Matrikel

Unterschrift

Dauer: 40 Minuten für Teil 1, 80 Minuten insgesamt. Jede Übung hat genau eine korrekte Antwort. Merken Sie sie so an. Für jede Antwort: Richtig = +3, Leer = 0, Falsch = -1.
Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.

1. Sei $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n = 1$. Dann: $a_n > 0$ fast immer. $a_n < 1$ fast immer. $|a_n| \leq 1/n^2$ fast immer. $a_n \rightarrow 1$.
2. Sei $a_n \rightarrow a$ und $a > 0$. Dann: $\ln a_n \rightarrow +\infty$. $a_{n^2} \rightarrow a^2$. $a_{2n} - a_n \rightarrow a$. $2a_n > a$ fast immer.
3. Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ differenzierbar. Dann: $x \mapsto f(x^+)$ ist differenzierbar. $x \mapsto f(2x^+)$ ist nicht differenzierbar. $x \mapsto (f(x))^+$ ist nicht differenzierbar. $x \mapsto (f(x)|f(x)|)^2$ ist differenzierbar.
4. Sei $a_n \rightarrow a$ und $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig. Dann: $a_n + f(a_n)$ monoton. $\exists n \in \mathbb{N} : f(a_n) \geq f(a)$. $f(a_n)$ ist beschränkt. $f(a) \geq a$.
5. Sei $(a_n) \subset (1, 2)$ konvergent. Dann: $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n < +\infty$. $\sum_{n=0}^{+\infty} (a_n - 1) = +\infty$. $\sum_{n=0}^{+\infty} (1/a_n) = +\infty$. $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n \leq 2$.
6. Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ monoton. Dann: $x \mapsto f(x^2)$ ist monoton. $x \mapsto f(f(x))$ ist monoton. $x \mapsto (f(x))^2$ ist monoton. die Umkehrfunktion von f existiert im ganzen \mathbb{R} .
7. Sei (a_n) monoton wachsend. Dann: $(\sin(a_n))$ ist monoton. $\forall n \in \mathbb{N} : a_n \leq a_{n^2}$. (a_n) ist nicht beschränkt. $a_n \geq 0$ fast immer.
8. Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ differenzierbar und sei 0 eine Maximumstelle von f . Dann: $\arctan(f(0)) \geq \arctan(f(1))$. f ist beschränkt. $f(f(0)) \geq f(0)$. $f'(0) \geq f'(1)$.
9. Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ differenzierbar und $g(x) = f(x^2)$. Dann: g ist konstant. $\exists x \in \mathbb{R} : g'(x) = 0$. $\exists x \in \mathbb{R} : g'(x) \neq 0$. $g' \geq 0$.
10. Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$ stetig. Dann: $f([0, 1])$ ist beschränkt. $x \mapsto 1/f(x)$ ist beschränkt. $x \mapsto \sin(x)f(x)$ ist gerade. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ existiert.

Bitte nicht schreiben unter der Linie

Name, Vorname Matrikel Unterschrift

Zeit: 40 Minuten für Teil 1, 80 Minuten insgesamt.

Keine Unterlagen, kein Handy/PC, kein Taschenrechner, keine Gruppenarbeit.

11. Sei $f : x \in \mathbb{R} \mapsto 2x^3 - 15x^2 + 36x + 4$ und $y = g(x)$ die Gleichung, die die Tangent zum Graf von f im Punkt $(0, 4)$ definiert. Ferner sei $\alpha = \inf\{a \in \mathbb{R} : f \text{ monoton in } (a, +\infty) \text{ ist}\}$. Wie viel gilt $g(-1) + 10\alpha$?

Merken Sie die richtige Antwort an:

(Richtig = +5, Leer = 0, Falsch = -2)

12. Berechnen Sie den Limes

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{12 \sin(3 - e^{x^2} - 2 \cos x)}{x^4} + \frac{2 \arctan(x^4)}{\ln(1 + x^4)} \right).$$

Merken Sie die richtige Antwort an:

(Richtig = +5, Leer = 0, Falsch = -2)

13. Beweisen Sie den folgenden Satz:

$$a_n \rightarrow 0 \iff e^{a_n} \rightarrow 1.$$

(Bis zum = +10, Leer = Falsch = 0)