

NAME:		MAT.NR.	
--------------	--	----------------	--

Prüfung zu

Analysis in einer Variable für das Lehramt

Sommersemester 2020, 3. Termin, 21.12.2020

Roland Steinbauer

Teil 2: Offene Aufgaben

Die vorliegende Prüfung ist als „Open book exam“ konzipiert, d.h. Sie sind explizit dazu eingeladen ihre Vorlesungsnotizen und vor allem das Skriptum zu verwenden. Einige der Aufgaben beziehen sich direkt auf die Notation im Skriptum!

Beim offenen Teil der Prüfung können Sie, wie schon beim Multiple Coice-Teil, maximal 24 Punkte erreichen. Die genauen Punktezahlen sind bei den jeweiligen Teilaufgaben angegeben.

Viel Erfolg!

Bitte nicht ausfüllen!

MC	1	2	3	OT	Σ	Note
(24)	(10)	(9)	(5)	(24)	(48)	

1. *Folgen & Konvergenz.*

- (a) (*Eindeutigkeit des Grenzwerts.*) Erklären Sie in eigenen Worten, warum eine konvergente Folge *genau* einen Grenzwert hat. (3 Pkte)
- (b) (*Satz von Bolzano-Weierstraß.*) Beschreiben Sie in eigenen Worten den Beweisverlauf des Satzes von Bolzano-Weierstraß. Erklären Sie insbesondere die Definition der Menge A . (7 Pkte)

2. *Funktionen & Stetigkeit.*

- (a) (*Nullstellensatz.*) Betrachten Sie den folgenden Aspekt im Beweis des Nullstellensatzes: Das wesentliche Werkzeug im Beweis ist das Intervallschachtelungsprinzip. Es garantiert die Existenz eines *eindeutigen* Punkts im Durchschnitt aller durch die Intervallhalbierung konstruierten Intervalle. Bedeutet dies, dass die durch den Satz garantierte Nullstelle ebenfalls eindeutig bestimmt ist? Argumentieren Sie. (3 Pkte) Ist es in der Situation des Satzes prinzipiell möglich, dass f eine gerade Anzahl von Nullstellen hat? (1 Pkt)
- (b) (*Gleichmäßige Stetigkeit.*) Argumentieren Sie anschaulich und in eigenen Worten, warum stetige Funktionen auf kompakten Intervallen sogar gleichmäßig stetig sind. (5 Pkte)

3. *Differenzieren & Integrieren.*

- (a) (*Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung.*) Diskutieren Sie die Bedeutung von Teil (ii) des Hauptsatzes der Differential- und Integralrechnung für das konkrete Integrieren. (2 Pkte)
- (b) (*Dirichletfunktion.*) Erklären Sie in eigenen Worten, warum die Dirichletfunktion, also die charakteristische Funktion der rationalen Zahlen $\chi_{\mathbb{Q}}$ nicht integrierbar ist. Fertigen Sie eine Skizze an! (3 Pkte)